

**BÎRKARÎ**

**NAVÎN**

**3**







## NAVEROK

BEŞA YEKEM: HEJMARÊN RÊJEYÎ Û YÊN NERÊJEYÎ.....	7
HEJMARÊN TEKANE.....	9
ŞÎRÎKÊ HERÎ MEZÎN YÊ PARVEDÎKE Û QATÊ ŞÎRÎK YÊ HERÎ BIÇÛK.....	12
HEJMARÊN NERÊJEYÎ.....	16
PIRSÊN BEŞA YEKEM.....	19
BEŞA DUYEM: BAZÎN.....	21
QÎRAÇA NAVENDÎ.....	23
QÎRAÇA DERRORÎ.....	26
BAZÎN Û RASTEK.....	29
RASTEKA PÊVEK.....	35
BAZÎN Û PIRGOŞE.....	39
PIRSÊN BEŞA DUYEM.....	42
BEŞA SÊYEM: HEJMARÊN RAST.....	45
HEJMARÊN RAST.....	47
DI HEJMARÊN RAST DE KOMKIRIN Û DERXISTIN.....	51
DI HEJMARÊN RAST DE NIRXÊ MUTLEQ.....	56
Kokdam.....	59
DI HEJMARÊN RAST DE HEVDAN.....	63
DI HEJMARÊN RAST DE PARVEKIRIN.....	65
HEJMARÊN RAST ÊN BI HÊZ.....	67
PIRSÊN BEŞA SÊYEM.....	72
BEŞA ÇAREM RÊJEYÊN SÊGOŞEYÎ.....	75
RÊJEYÊN SÊGOŞEYÎ YÊN QÎRAÇA TENG.....	77
RÊJEYÊN SÊGOŞEYÎ DI JİYANÊ DE.....	82
PIRSÊN BEŞA ÇAREM.....	85
BEŞA PÎNCEM: RÊJE Û RÊJDARÎ.....	87
CUREYÊN RÊJDARÎYAN.....	89
TAYBETIYÊN RÊJDARÎYÊ.....	93
PIRSÊN BEŞA PÎNCEM.....	95

BEŞA ŞEŞEM: RASTEKÊN PARELEL .....	97
TEORÎYA TALIS.....	99
TEORÎYA TALIS DÎ SÊGOŞE DE .....	102
NÎVEKA QÎRAÇÊ .....	105
PIRSÊN BEŞA ŞEŞEM .....	108
BEŞA HEFTEM: HEVKÊŞE .....	109
RAVEYÊN BÎRKARÎ.....	111
DAHURANDÎNA RAVEYÊN BÎRKARÎ .....	114
ÇARESERÎYA HEVKÊŞEYAN .....	117
NEWEKHEVÎ .....	123
TÊKILÎYA HEVKÊŞEYÊ BÎ KORDÎNÊTÊ RE.....	126
ÇARESERÎYA HEVBEŞ A DU HEVKÊŞEYAN DÎ KORDÎNÊTÊ DE.....	134
PIRSÊN BEŞA HEFTEM .....	138
BEŞA HEŞTEM: WEKHEVÎYA PIRGOŞEYAN .....	139
WEKHEVÎYA PIRGOŞEYAN .....	141
TEORÎYA WEKHEVÎYA SÊGOŞEYAN .....	146
PÎVANA JÎ DÛR VE.....	148
PIRSÊN BEŞA HEŞTEM .....	149
BEŞA NEHEM: DÛVÎK .....	152
DÛVÎKÊN HEJMARÎ .....	154
GÎRAVÎKA DÛVÎK.....	157
PIRSÊN BEŞA NEHEM .....	161
BEŞA DEHEM: TÊKILİYÊN DI NAVBERA RASTEKAN DE .....	162
TEWAREYA PARÇEYA RASTEKAN .....	164
TÊKILİYÊN DÎ NAVBERA RASTEKAN DE .....	168
PIRSÊN BEŞA DEHEM .....	172
FERHENGOK:.....	174

# BEŞA YEKEM: HEJMARÊN RÊJEYÎ Û YÊN NERÊJEYÎ

Hejmarên Tekane

Hevparê Herî Mezin Yê Parveker û Qatê Hevpar Yê Herî  
Biçûk

Hejmarên Nerêjeyî







## HEJMARÊN TEKANE

Li ser tabloya li jêr bihizire.

Hejmar	Hejmarên parvekirinê
25	1, 5, 25
17	1, 17
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
6	1, 2, 3, 6
7	1, 7
9	1, 3, 9
11	1, 11

Wek tê dîtin hejmarên ku tenê du hejmar wan parve dikin ev in:  
7, 11, 17 Ji van hejmaran re hejmarên tekane tên gotin.

Ji hejmara ku tenê li xwe û hejmara yekê parve dibe  
**hejmara tekane** tê gotin.  
**Mînak** : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37...

**Teorî:**  
Ji bo her hejmareke xwezayî  $x$  ne tekane ku ji yekê  
mezintir e, hejmareke tekane ku wî parve dike heye  $y$   
ku:  $y^2 \leq x$ .

**Mînak:**

36 hejmareke ne tekane lê ji hejmarên ku wê parve dikin 2, 3 ne,  
ku:  $2^2 = 4 < 36$  û  $3^2 = 9 < 36$ .

**Teorî:**

Eger  $x$  hejmareke xwezayî be  $y$  hejmareke tekane ye ku  $y^2 \leq x$  û  $x$  parveker bê mayî, wê demê  $x$  hejmareke **ne tekane** ye.

**Mînak1:**

Hejmara 143 tekane ye, yan na?

**Çareserî:**

Em hejmara 143 belav bikin li hejmarên tekane yê ku damên wan ji 143 biçûktir an jî yeksanî wê ne ew jî ev in:

2, 3, 5, 7, 11 ( hejmara 13 bikar nayînin ji ber ku:  $13^2 > 143$  )

$$143 \div 2 = 71 \text{ û ya mayî } 1$$

$$143 \div 3 = 47 \text{ û ya mayî } 2$$

$$143 \div 5 = 28 \text{ û ya mayî } 3$$

$$143 \div 7 = 20 \text{ û ya mayî } 3$$

$$143 \div 11 = 13 \text{ û ya mayî } 0$$

143 li ser 11 parve dibe û ya mayî 0 û 11 parveker yê tekane ye ku:  $11^2 \leq 143$  . li gorî vê hejmara 143 ne tekane ye.

**Mînak 2:**

Hejmara 173 tekane ye yan na?

**Çareserî:**

Em hejmara 173 belav bikin li hejmarên tekane yê ku damên wan ji 173 biçûktir an jî yeksanî wê ne, ew jî ev in:

2, 3, 5, 7, 11, 13 ( hejmara 17 bikar nayînin ji ber ku:  $17^2 > 173$  )

$$173 \div 2 = 86 \text{ û ya mayî } 1$$

$$173 \div 3 = 57 \text{ û ya mayî } 2$$

$$173 \div 5 = 34 \text{ û ya mayî } 3$$

$$173 \div 7 = 24 \text{ û ya mayî } 5$$

$$173 \div 11 = 15 \text{ û ya mayî } 8$$

$$173 \div 13 = 13 \text{ û ya mayî } 4$$

Ji ber ku 173 li van hejmarên tekane parve nabe, 173 hejmareke tekane ye.



- Hejmarên li jêr tekane ne, yan na? Bibîne.

815 , 919 , 713

## ŞIRÎKÊ HERÎ MEZIN YÊ PARVEDIKE Û QATÊ ŞIRÎK YÊ HERÎ BIÇÛK

### Hevparê herî mezin yê parveker

Ji bo dîtina Hevparê herî mezin yê parveker yê hejmarên:

$$792 \quad , \quad 204$$

Em her hejmarekê bi vî awayî dinvîsin:

$$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$$

$$204 = 2^2 \times 3 \times 17$$

$$\text{Wê demê hevparê herî mezin yê parveker} = 2^2 \times 3 = 12$$

**Rêbazê Euclid (Yûklêd) ji bo dîtina Hevparê herî mezin yê parveker:**

#### Mînak 1:

Hevparê herî mezin yê parveker yê 792 , 204 bibîne:

#### Çareserî:

Destpêkê em hejmara mezin li ya biçûk parve bikin:

$$792 \div 204 = 3 \text{ û ya mayî } 180$$

Piştire em hejmara parveker belavî ya mayî dikin:

$$204 \div 180 = 1 \text{ û ya mayî } 24$$

Bi vî awayî em berdewam dikin ta ku ya mayî bibe sifir.

$$180 \div 24 = 7 \text{ û ya mayî } 12$$

$$24 \div 12 = 2 \text{ û ya mayî } 0$$

Hejmara dawî ya ku parveker bê mayî 12 e.

12 hevparê herî mezin yê parveker ye.

Em dikarin bi riya kurt vê karanînê pêk bînin.

Parvekirî	Parveker	Ya mayî
792	204	180
204	180	24
180	24	12
24	12	0

Hevparê herî mezin yê du hejmarên xwezayî, hejmara parveker ya dawî ku bê mayî ye, bi rêbaza **Euclid (Yûklêd)** e.

### Minak 2:

Hevparê herî mezin yê parveker yê 215 , 575 bibîne.

### Çareserî:

Parvekirî	Parveker	Ya mayî
575	215	145
215	145	70
145	70	5
70	5	0

Hejmara dawî ya ku parveker bê mayî 5 e.

5 hevparê herî mezin yê parveker e.

### Qatê hevpar yê herî biçûk

Qatê hevpar yê herî biçûk û Hevparê herî mezin yê parveker yê hejmarên 48 û 32 bibîne .

#### Çareserî:

Em destpêkê her hejmarekê bi vî awayî dinivîsin.

$$48 = 2^4 \times 3$$

$$32 = 2^5$$

$$\text{Qatê hevpar yê herî biçûk} = 2^5 \times 3 = 96$$

$$\text{Hevparê herî mezin yê parveker} = 2^4 = 16$$

Ka em hevrûkirinekê di navbera van her du karanînên hevdanê ( $48 \times 32$ ) û ( $96 \times 16$ ) çêkin:

$$48 \times 32 = 1536$$

$$96 \times 16 = 1536$$

Wek tê dîtîn ku  $48 \times 32 = 96 \times 16$

Encama hevdana du hejmaran yeksanî encama hevdana qatê hevpar yê herî biçûk û Hevparê herî mezin yê parveker yê her du hejmaran e.

## Mînak:

Eger qatê hevpar yê herî biçûk yê hejmarên  $4x$ ,  $6x$  yeksanî (72) û Hevparê herî mezin yê parveker (12) be, van her du hejmaran bibîne.

## Çareserî:

$$4x \cdot 6x = 12 \times 72$$

ji ber ku encama hevdana du hejmaran yeksanî encama hevdana qatê hevpar yê herî biçûk û hevparê herî mezin yê parveker.

$$24x^2 = 864$$

$$x^2 = 36 \text{ ango } x = 6$$

$$\text{Li gorî vî: } 4x = 4 \times 6 = 24$$

$$6x = 6 \times 6 = 36$$


**Hînkirin**

- 1) Hevparê herî mezin yê parveker yê hejmarên 684 û 138 bi rêbaza Euclid bibîne.
- 2) Eger qatê hevpar yê herî biçûk yê hejmarên  $7x$ ,  $10x$  yeksanî (280) û Hevparê herî mezin yê parveker (4) be, van her du hejmaran bibîne.

## HEJMARÊN NERÊJEYÎ

Di pirtûka navîn 2 de me naskir ku her hejmareke ku bi awayê  $\frac{a}{b}$  bê nivîsandin jê re hejmara rêjeyî tê gotin.

Mînak:

$$\frac{5}{4} = 1,25, \quad \frac{12}{50} = 0,24, \quad \frac{9}{5} = 1,8, \quad \frac{15}{6} = 2,5$$

Ji 1,25 re awayê kerta dehî yê hejmara  $\frac{5}{4}$  tê gotin.

Lê hejmarên weke:

$\frac{8}{3} = 2,6666 \dots$  ku encama parvekirina par li paranê bi dawî nabe û berdewam dike û heman hejmar dubare dibe, çî jê re tê gotin?

Hejmarên rêjeyî yên ku encama parvekirina parê li paranê berdewam e û bê dawî ye û heman hejmar piştî bêhnokê dubare dibe, ji wan re **hejmarên dubarok** tê gotin.

Nîşe 1: hejmara dubarok bi awayê kurt tê nivîsandin bi riya nîşankirina hejmara ku dubare dibe bi xêzekê.

Mînak:  $\frac{8}{3} = 2,6666 \dots$  bi awayê kurt:  $2,\overline{6}$

Nîşe 2: hejmara dubarok dibe ku ji jimarekê zêdetir be.

Mînak:  $\frac{2}{11} = 0,18181818 \dots$  bi awayê kurt:  $0,\overline{18}$

Mînak:

Hejmara rêjeyî  $\frac{13}{12}$  dubarok e yan na?

**Çareserî:**

Em parê li paranê belav bikin:



$$\frac{13}{12} = 1,083333333 \dots$$

Wek tê dîtin ev hejmar dubarok e û bi awayê kurt:  $1,08\bar{3}$

### Hejmarên nerêjeyî

Hejmarin hene ku encama parvekirina parê li paranê bê dawî ye û ne dubarok e jî.

**Mînak:**

$$\frac{22}{7} = 3,14285714285714 \dots$$

Ji hejmarên bi vî awayî re çî tê gotin?

Di refên borî de kokdam bi me re derbas bûye ku bi awayê li jêr tê nivîsandin:

$$\sqrt{9} = 3, \quad \sqrt{25} = 5, \quad \sqrt{49} = 7$$

Lê hejmarin hene ku kokdama wan nîne:

**Mînak:**

$$\sqrt{2} = 1,41421356237309 \dots$$

$$\sqrt{5} = 2,23606797749979 \dots$$

Ji van hejmaran re çî tê gotin?

Hejmarên ku di awayê kertên dehî de bê dawî û nedubarok in, ji wan re **hejmarên nerêjeyî** tê gotin.

Nîşe:  $\pi = \frac{22}{7}$  hejmareke nerêjayî ye, ew jî ji rêjeya di navbera derdora bazin û eşkêla wê de, pêk tê.

## Hînkirin

● Tabloya li jêr dagire.

Hejmar	Rêjeyî	Dubarok	Nerêjeyî
$\frac{5}{6}$			
$\sqrt{11}$			
$\frac{12}{5}$			
$\sqrt{6}$			

## PIRSÊN BEŞA YEKEM

1) Ji hejmarên li jêr, yên tekane nîşan bike?

71 , 89 , 49 , 103 , 77 , 95

2) Hevparê herî mezin yê parveker yê 735 , 900 li gorî rêbaza **Euclid** bibîne.

3) Eger qatê hevpar yê herî biçûk yê hejmarên  $15x$  ,  $2x$  yeksanî (180) û hevparê herî mezin yê parveker (6) be, van her du hejmaran bibîne.

4) Hejmarên rêjeyî yên li jêr bi awayê kertên dehî binvîse û cureyên wan diyar bike.

$\frac{4}{11}$  ,  $\frac{24}{50}$  ,  $\frac{23}{8}$  ,  $\frac{20}{6}$

5) Di firaxekê de  $840 \text{ cm}^3$  şerbeta lîmûnê û di yeke din de  $1050 \text{ cm}^3$  şerbeta mendelînê heye. Em dixwazin her yekê ji wan bixin şûşeyên wek hev.

a) şûşeya herî mezin qebareya wê çend e?

b) çend şûşe ji bo şerbeta lîmûnê pêwist in?

c) çend şûşe ji bo şerbeta mendelînê pêwist in?



## BEŞA DUYEM: BAZIN

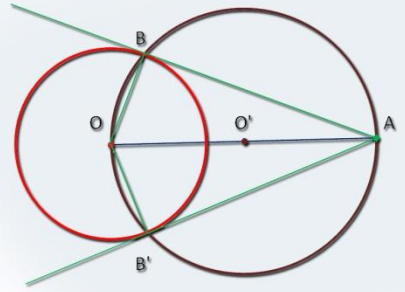
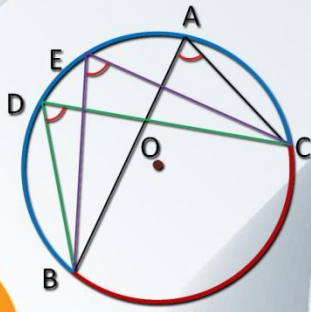
Qiraça Navendî

Qiraça Derdorî

Bazin Û Rastek

Xêzkirina Rasteka Pêvek

Bazin Û Pirgoşe





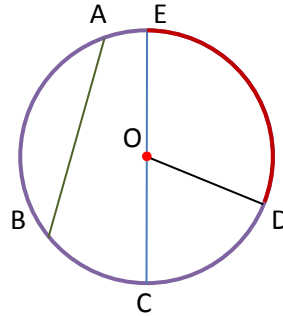
## QIRAÇA NAVENDÎ

Li ser awayê rexê bihizre.

Ev awa bazineke ku navenda wî

O ye. û tê de:

- EC eşkêl e
- OD nîveşkêl e
- AB jen e
- $\widehat{ED}$  kevan e



**Jena bazin:** Parçeyeke rastekê ye, di navbera du xalên bazin de ye.

**Eşkêl:** Jeneke ku di navenda bazin re derbas dibe.

**Nîveşkêl:** Parçeyeke rastekê ye, di navbera navend û xaleke bazin de ye.

**Kevan:** Parçeyeke ji bazin e ku di navbera du xalên wî yên cuda de ye. Kevan bi her du xalan tê naskirin. Mînak:  $\widehat{ED}$

**Derdor:**  $P = 2\pi r$

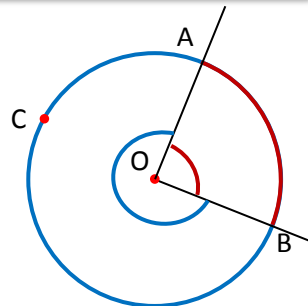
**Rûber:**  $A = \pi r^2$

## Qiraça navendî

Li ser awayê li rexê bihizire.

Di bazinê rexê de:

- a) OA û OB du nîveşkêl in ku di navbera xwe de qiraça  $\widehat{AOB}$  pêk tînin. Ji vê qiraçê re, **qiraça navendî** tê gotin, ji ber ku goşeya vê qiraçê navanda bazin e.



- a) Qiraça navendî  $\hat{A}OB$  bi her du nîveşkêlan, kevanê  $\hat{AB}$  li ser bazin çedike.
- b) Bi qiraça navendî  $\hat{A}OB$  re qiraça navendî ya vajî  $\hat{A}OB$  pêk tê ku kevana  $\hat{ACB}$  çêdike.

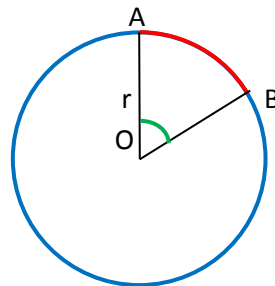
- Qiraça di navbera du nîveşkêlan de jê re **qiraça navendî** tê gotin.
- Her qiraçeke navendî, kevanekî li ser bazin çêdike.
- Pîvana kevanî yeksanî pîvana qiraça navendî ya beramberî wî ye.
- Bi her qiraçeke navendî re, qiraçeke navendî ya vajî pêk tê.

**Mînak:**

Di bazinê  $(O, r)$  de

Pîvana qiraça  $\hat{A}OB = 60^\circ$

Li gorî vê pîvana kevana  $\hat{AB} = 60^\circ$

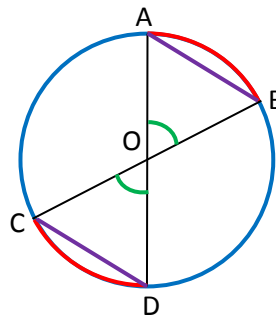


Li ser awayê li rexê bihizire.

Qiraçên  $\hat{A}OB$  û  $\hat{C}OD$  yeksan in, ji ber ku berûvajî hev in.

Li gorî vê kevana  $\hat{AB}$  yeksanî kevana  $\hat{CD}$  ye.

Jenên  $AB$  û  $CD$  yeksan in an na?





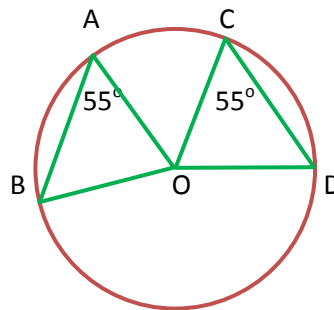
- Eger pîvanên du qiraçên navendî yeksan bin, wê demê pîvanên her du kevanên beramberî wan jî yeksan in.
- Eger pîvanên du kevanan yeksan bin, pîvana her du jenên girêdayî wan jî yeksan in.
- Eger dirêjahiya du jenan yeksan bin, pîvanên her du kevanên girêdayî wan jî yeksan in.

### Hînkirin

● Li ser awayê li jêr bihizire û tekez bike ku:

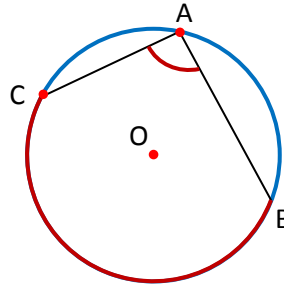
a) Kevana  $\widehat{AB} = \widehat{CD}$

b) Jena  $\angle A = \angle C$



## QIRAÇA DERDORÎ

Li ser awayê li rexê bihizire.



Ev awa bazineke ku tê de:

- 1)  $AB \hat{=} AC$  du jen in, di navbera xwe de qiraça  $BAC$  pêk tînin. Ji vê qiraçê re **qiraça derdorî** tê gotin, ji ber ku goşeya wê li ser bazin e.
- 2) Qiraça derdorî  $BAC$  bi her du jenan kevana  $BC$  li ser bazin çêdike.

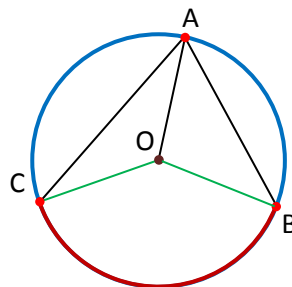
- Qiraça ku goşeya wê xaleke ji bazin û her du kenarên wê jen in di wî bazinê de, **qiraça derdorî** ye.
- Pîvana qiraça derdorî yeksanî nivê pîvana kevana beramberî wê ye.
- Pîvana qiraça derdorî yeksanî nivê pîvana qiraça navendî ya ku heman kevanî çêdike.

### Mînak:

Di bazinê li rexê de, eger:

Pîvana  $\hat{ACO} = 30^\circ$  û  $\hat{ABO} = 40^\circ$

Pîvana  $\hat{COB}$  bibîne.



### Çareserî:

$$\hat{OAC} = \hat{ACO} = 30^\circ \text{ (ji ber ku } \triangle AOC \text{ sêgoşeyeke du hemkenar e)}$$

$$\hat{OAB} = \hat{ABO} = 40^\circ \text{ (ji ber ku } \triangle AOB \text{ sêgoşeyeke du hemkenar e)}$$

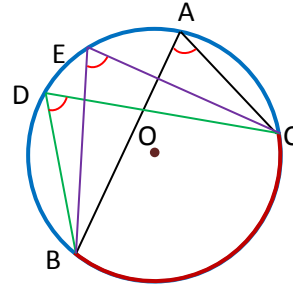
Li gorî van, pîvana  $\hat{BAC} = 70^\circ$

$\hat{COB} = 2 \cdot \hat{BAC}$  (ji ber ku heman kevanî çêdikin)

$$\hat{COB} = 2 \times 70 = 140^\circ$$

Di bazinê li rexê de qiraçên  $\hat{BAC}$ ,  $\hat{BEC}$  û  $\hat{BDC}$  qiraçên derdorî ne û kevanê  $\widehat{BC}$  çêdikin.

$$\hat{BAC} = \hat{BEC} = \hat{BDC} = \frac{1}{2} \widehat{BC}$$

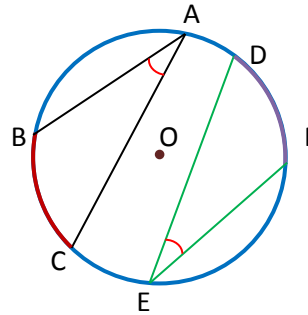


Qiraçên derdorî yê heman kevanî çêdikin, yeksan in.

Di bazinê li rexê de  $\hat{BAC}$  û  $\hat{DEF}$  qiraçên derdorî ne

$$\hat{BAC} = \hat{DEF}$$

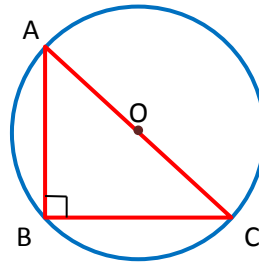
Wê demê  $\widehat{BC} = \widehat{DF}$



Qiraçên derdorî yê yeksan, kevanên wan jî yeksan in.

Di bazinê li rexê de

$\widehat{CBA}$  qiraçeke derdorî ye û  
 kevana  $\widehat{AC}$  (ya ku nivê bazin e)  
 çêdike. Li gorê vê qiraça  $\widehat{ABC}$  tîk e.



Qiraça derdorî ya ku kevane wê nivê bazin e, tîk e.

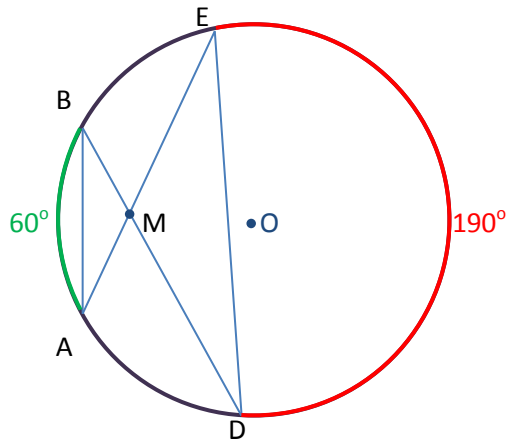
### Hînkirin

1) Di bazinê li rexê de:

$$\widehat{DE} = 190^\circ, \widehat{AB} = 60^\circ$$

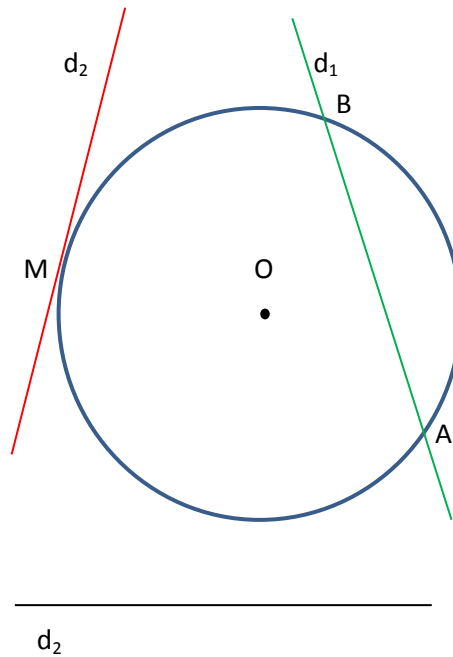
$$\widehat{BDE} = 25^\circ$$

- a) Pîvana qiraça  $\widehat{BAE}$   
 û kevana  $\widehat{AD}$  bibîne.
- b) Pîvana qiraçên  $\widehat{DBA}$ ,  
 $\widehat{DEA}$  û  $\widehat{EMD}$  bibîne.



## BAZIN Û RASTEK

Li ser Awayê li rexê bihizire.



- Rasteka  $d_1$  û bazin bi her du xalên  $A$  û  $B$  hevpar in.
- Raseka  $d_2$  û bazin bi xala  $M$  hevpar in.
- Tu xalên hevpar di navbera rasteka  $d_3$  û bazin de nînin.

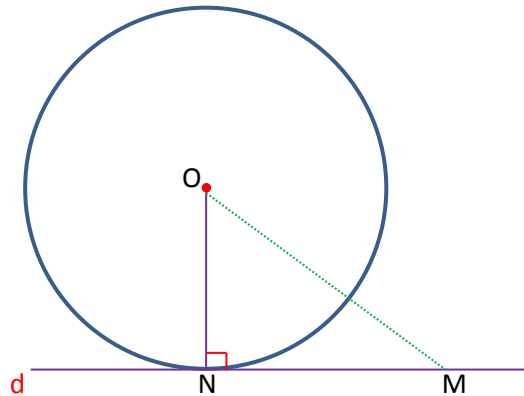
- Rasteka ku ew û bazin bi du xalên cuda hevpar in, jê re **bazinbir** tê gotin.
- Rasteka ku ew û bazin bi xaleke tenê hevpar in, jê re **pêveka bazin** tê gotin.
- Rasteka ku tu xalên hevpar di navbera wê û bazin de nîn in, jê re **rasteka derve** tê gotin.

**Teorî 1:**

Eger  $N \in C(O, r)$  be, rasteka tîk li ser  $(ON)$  di xala  $N$  de pêveka bazin e.

**Tişt a hatî dayin:**

$N \in C$  û  $d \perp ON$  di xala  $N$  de.



**Tişt a ku tê xwestin:**

Tekez bike ku  $d$  pêveka bazinê  $C$  ye.

**Tekezkirin:**

Em destpêkê xala  $M$  li ser rasteka  $d$  nîşan bikin û navenda bazin  $O$  û xala  $M$  bi rastekekê bighînin hev.

Wê demê di sêgoşeya  $\triangle ONM$  ya tîk de dirêjahia jen ji her du kenarên tîk mezintir e.

Ango  $OM > ON$

$$OM > r$$

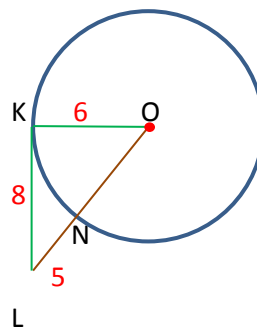
Li gorî vê xala  $M$  li derveyî bazin e, rasteka  $d$  û bazin di xala  $N$  de hevpar in ango  $d$  pêveka bazinê  $C$  ye.

**Teorî 2:**

Eger rasteka  $d$  pêveka bazinê  $C(O, r)$  be, wê demê  $d \perp ON$  di xala  $N$  de.

**Mînak:**

Li ser bazinê li rexê bihizire û bibîne  $KL$  pêveka bazin e yan na?



**Çareserî:**

Di sêgoşeya  $\triangle OKL$  de:

$$OL = R+5 = 11$$

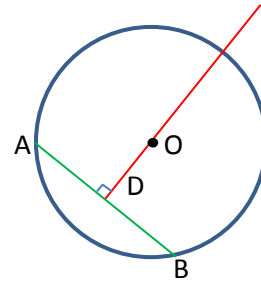
$$OL^2 = 11^2 = 121$$

$$OK^2 + KL^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

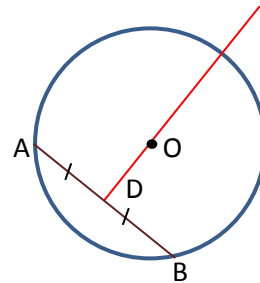
Wê demê li gorî teoriya vajiyê Pythagoras sêgoşeya  $\triangle OKL$  ne tîk e, ango **KL** ne tîk e bi **OK** re û ji ber vê yekê **KL** ne pêveka bazin e.

**Taybetiyên jenan di bazin de**

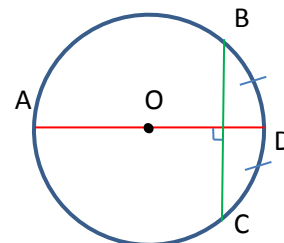
- Rasteka ku di navenda bazin re derbas dibe û bi jenekê re tîk be, wê jenê bi nîvî dike.



- Rasteka ku di navenda bazin û nîviyê jenekê re derbas dibe, bi wê jenê re tîk e.



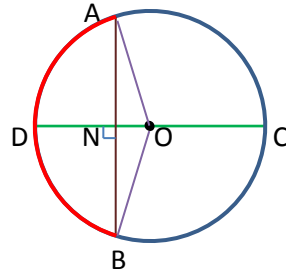
- Eşkêlê bazin ê ku bi jenekê re tîk be, kevanê girêdayî wê jenê bi nîvî dike.



Mînak:

Di bazinê li rexê de eger  $\widehat{AOB} = 110^\circ$

- a) pîvana kevanên  $\widehat{AB}$  û  $\widehat{AD}$  bibîne.
- b) pîvana qiraça vajî  $\widehat{AOB}$  bibîne.



Çareserî:

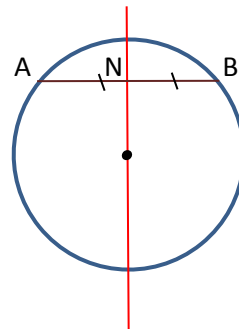
- a)  $\widehat{ADB} = 110^\circ$  (ji ber ku beramberî qiraça  $\widehat{AOB}$ ya navendî ye)

$\widehat{AD} = 55^\circ$  (ji ber ku eşkêlê bi jenekê re tîk e, kevanê girêdayî wê jenê bi nivî dike)

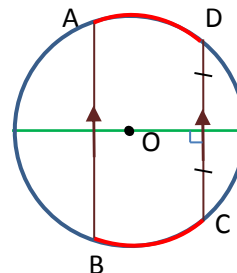
$$\widehat{AC} = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

- b)  $\widehat{AOB} = 360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$

- Tewareya her jenê bazinekî di navenda wî bazinî re derbas dibe.



- Her du jenên paralel di bazinekî de, di navbera xwe de du kevanên yeksan çêdikin.





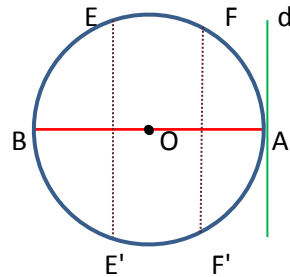
**Nîşe:**

Dema ku pêvek û jenekî bazin paralel bin, di navbera wan de du kevanên yeksan çêdibin.

**Mînak:**

Di bazinê rexê de:

- $\widehat{EF} = \widehat{FA}$
- her du jenên  $EE'$ ,  $FF'$  bi  $AB$  re tîk in.



Li gorî van tekez bike ku:  $\widehat{E'A} = 2\widehat{F'A}$

**Çareserî:**

$\widehat{FA} = \widehat{F'A}$  (ji ber ku du kavanên di navbera pêvek û jenekî paralel de ne)

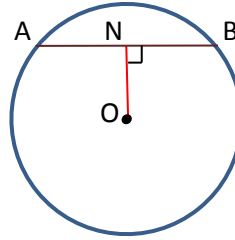
$\widehat{EF} = \widehat{E'F'}$  (ji ber ku du kevanên di navbera du jenên paralel de ne)

Lê  $\widehat{EA} = 2\widehat{FA}$  (çima?)

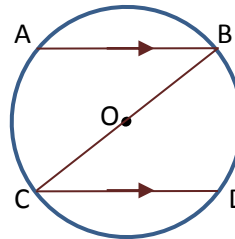
wê demê  $\widehat{E'A} = 2\widehat{F'A}$

## Hînkirin

- 1) Di bazinê C (O,10) de, eger  $AB = 12$  cm be dirêjahiya ON bibîne.



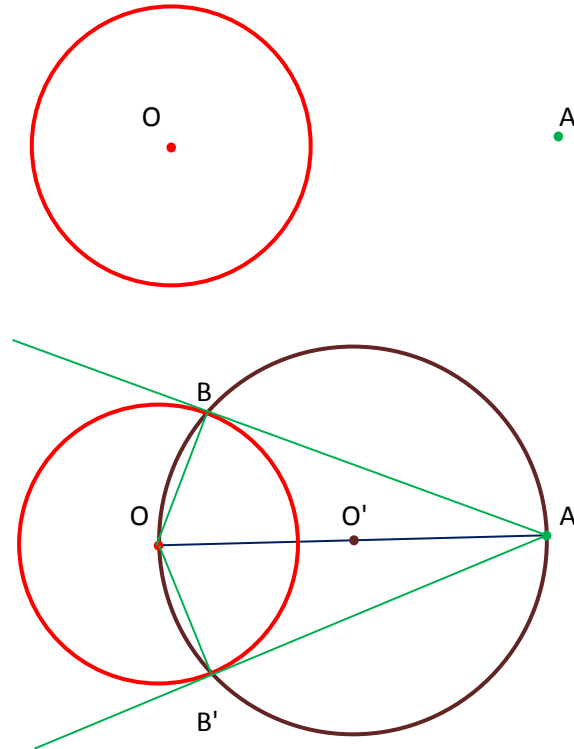
- 2) Di bazinê rexê de eger pîvana qiraça derdorî  $\widehat{BCD} = 40^\circ$  be pîvana kevanê  $\widehat{AC}$  bibîne.



## RASTEKA PÊVEK

## 1) Xêzkirina pêveka bazinekî ji xaleke derveyî wê.

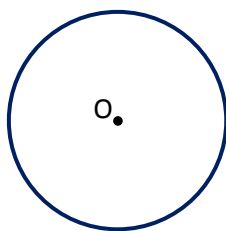
Di awayê rexê de  
ji xala A ya derveyî  
bazinê  $(O, r)$  em  
çawa pêvekekî  
xêz bikin?



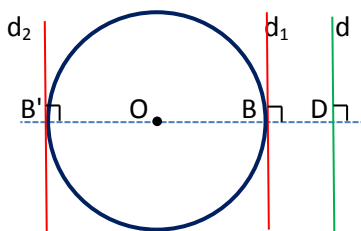
- Destpêkê em ê nîvê  $OA$  bi xala  $O'$  nîşan bikin.
- Em bazinê  $(O', O'A)$  xêz bikin ku bazinê  $(O, r)$  di xalên  $B, B'$  dibire.
- Di bazinê  $(O', O'A)$  de qiraça  $\widehat{ABO}$  derdorî ye û kevanê wê nîvê bazin e, li gorî vê qiraça  $\widehat{ABO}$  tîk e.
- Li gorî ku rasteka ku ji xaleke bazin bi nîv eşkêla wê re tîk be ew rastek pêveka bazin e;  $AB$  pêveka bazinê  $(O, r)$ .  
Bi heman sedemî rasteka  $AB'$  jî pêveka heman bazinê ye.

- Ji xaleke derveyî bazinê du pêvek tên xêzkirin.
- Her du parçeyên rastekan ên di navbera xala derve û her du xalên pêvekirinê yeksan in.

2) Xêzkirina pêveka bazinê paralelî rastekê.



(1)



(2)

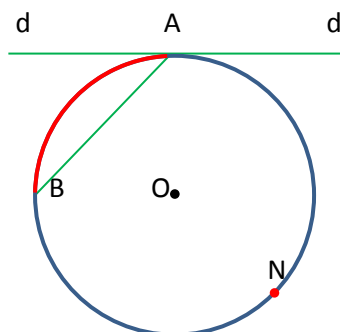
Di awayê (1) de em ê pêveka bazinê  $(O,r)$  çêkin ku paralelî rasteka  $d$  be.

- Destpêkê em ê tîkekî li ser rasteka  $d$  xêz bikin ku di navenda bazin re derbas bibe û bazin di xalên  $B, B'$  de dibire.
- Piştê em ê tîkekî  $d_1$  li ser nîveşkêlê  $OB$  di xala  $B$  de xêz bikin,  $d_1$  pêveka bazin e.
- Em dikarin pêveka  $d_2$  çêkin bi xêzkirina tîkekî li ser nîveşkêlê  $OB'$  di xala  $B'$  de.

**Qiraça Pêvekî**

Li ser Awayê li rexê bihizire

Qiraça  $\widehat{dAB}$  ji di kenaran pêk têt ku yek jê parçeyeke ji pêveka  $dd'$  ya bazin e û kenarê din jenek e, ev qiraç kevanê  $\widehat{AB}$  çêdike.



- Qiraça ku ji pêvek û jena bazinkî pêk tê, ji re **qiraça pêvekî** tê gotin.

**Teorî:**

Di bazin de: Pîvana qiraça pêvekî yeksanî nîvê pîvana kevanê beramberî wê ye.

**Tiştê hatî dayîn:**

$\widehat{NAB}$  qiraçeke pêvekî ye.

**Tiştê tê xwestin:**

$$\widehat{NAB} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

**Tekezirin:**

Em destpêkê ji xala **B** jenê **BD** xêz bikin ku bi **AN** re paralel be.

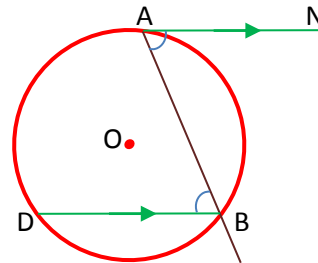
Wê demê her du kevanên  $\widehat{AD}$  û  $\widehat{AB}$  yeksan in ( ji ber ku di navbera pêvek û jenekî paralel de ne)

Lê qiraçên  $\widehat{NAB}$  û  $\widehat{ABD}$  yeksan in( çima?).

$$\widehat{ABD} = \frac{1}{2} \widehat{AD} \text{ ( qiraça derdorî ye)}$$

$$\text{Li gorî vê } \widehat{ABD} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

$$\text{Wê demê: } \widehat{NAB} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$



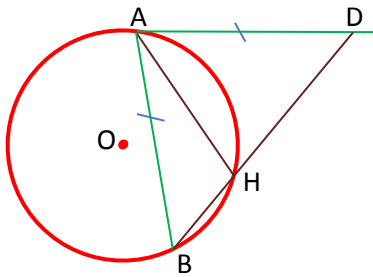
Di bazin de:

- Pîvana qiraça pêvekî yeksanî pîvana qiraça derdorî ya ku pê re bi heman kevanî hevpar e.
- Pîvana qiraça pêvekî yeksanî nivê pîvana qiraça navendî ya ku pê re bi heman kevanî hevpar e.

### Hînkirin

- ◆  $AB$  jeneke di bazinê  $(O,R)$  de ye û  $AD$  pêveka bazin e di xala  $A$  de ye.  $D$  xaleke ji pêvek e ku  $AD = AB$ , em ê  $DB$  xêz bikin ku bazin di xala  $H$  re bibire.

Tekez bike ku sêgoşeya  $AHD$  duhemkenar e.



## BAZIN Û PIRGOŞE

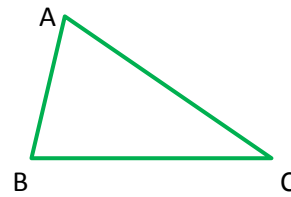
### Bazin û sêgoşe

Em dikarin ji bo her sêgoşeyekê, bazinekî xêz bikin ku di her sê goşeyên wê re derbas bibe.

- ◆ Xala hevbirîna her sê tewareyên kenarên sêgoşeyekê, dibe navenda bazinekî ku di her sê goşeyan re derbas dibe.
- ◆ Navenda bazinê ku di her sê goşeyên sêgoşeya tîk re derbas dibe, xala nîvê jenê wê sêgoşeyê ye.

#### Mînak 1:

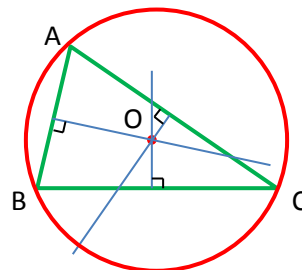
Li ser sêgoşeya  $\triangle ABC$  ya li rexê, bazinekî xêz bike ku di her sê goşeyan re derbas bibe.



(1)

#### Çareserî:

Em destpêkê tewareyên her sê kenarên  $AB$ ,  $BC$  û  $CA$  xêz bikin, xala hevbirîna her sê tewareyan  $O$  navenda bazin e ku nîveşkêla wî  $OA$  ye.



(2)

## Bazin û çargoşe

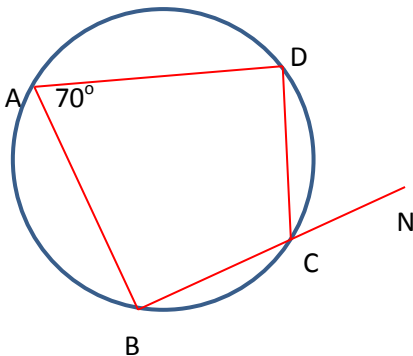
Em dikarin ji bo hin çargoşeyan, bazinekî xêz bikin ku di her çargoşeyên wê re derbas bibe, lê bi van mercan:

### Di çargoşe de:

- ◆ Kombûna pîvana her du qirçên beramberî hev =  $180^\circ$  be.
- ◆ Pîvana her qiraçeke derve yeksanî pîvana qiraça hindir ya beramberî qiraça cîrana wê be.

### Mînak:

Di awayê jêr de, pîvana qiraça  $\widehat{DCN}$  bibîne.



### Çareserî:

Qiraça  $\widehat{DCN} = \widehat{DAB} = 70^\circ$  (ji ber ku pîvana qiraça derve yeksanî pîvana qiraça hindir ya beramberî qiraça cîrana wê )

### Nîşe:

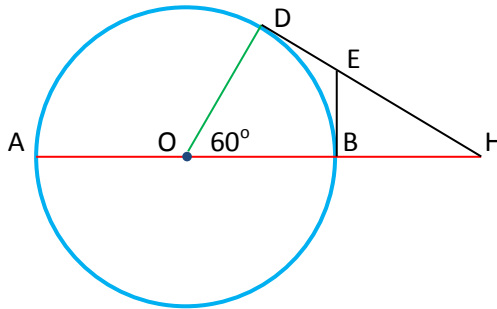
Di dam û milkêşê de:

Ji ber ku kombûna her du qiraçên beramberî hev yeksanî  $180^\circ$ , bazinê ku di her çargoşeyên wan re derbas bibe, navenda wî xala hevbirîna her du eşkêlan e.



## Hînkirin

- Di awayê li jêr de:  
 $AB = 12$  cm ,  $BE \perp DH$  pêvek in  
 di xalên B, D de.

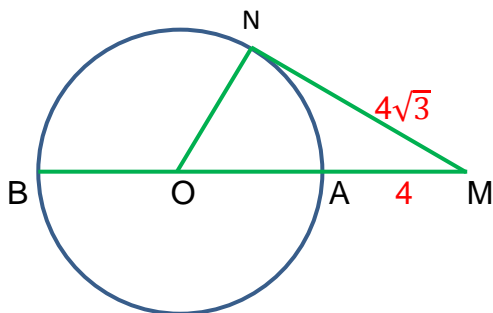


- 1) Eger B nîvê OH be: Pîvana DH bibîne.
- 2) Tekez bike ku bazinêk di her çar goşeyên DOBE re derbas dibe.

## PIRSÊN BEŞA DUYEM

1) Li ser awayê jêr bihizre.

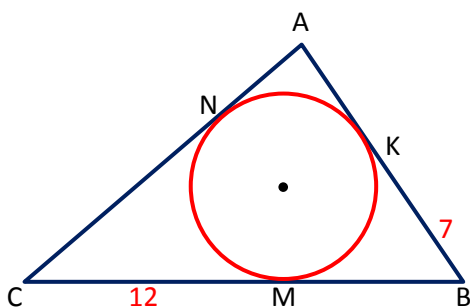
Eger  $AM = 4$  û  $NM = 4\sqrt{3}$  be



a) Dirêjahiya nîveşkêlê û pîvana qiraça  $\widehat{OMN}$  bibîne.

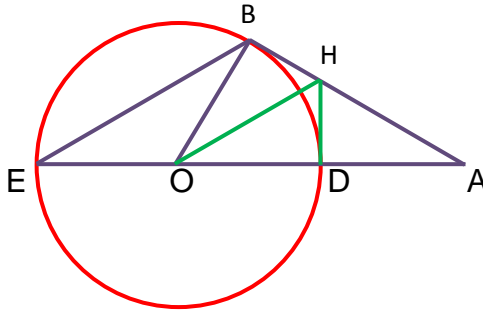
b) Pîvana kevanê  $\widehat{NB}$  û qiraça vajî  $\widehat{NOB}$  bibîne.

2) Li ser awayê jêr bihizre.

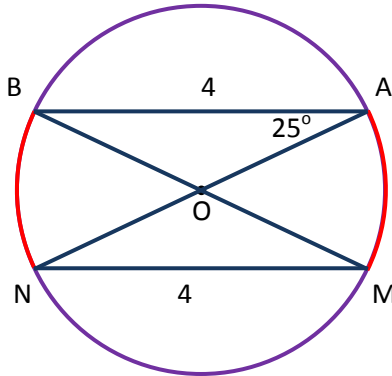


Eger  $AN = x + 2$  û  $AK = 4x - 1$  be, derdora sêgoşeya  $\triangle ABC$  bibîne .

- 3) Di bazinê (O,r) de AB û DH pêvekên bazin in di xalên B û D de, qiraça  $\widehat{DOB} = 60^\circ$ . Pirsên li jêr bibersivîne



- pîvana qiraça  $\widehat{OAB}$  bibîne.
  - tekez bike ku xala D nîvê OA ye.
  - tekez bike ku  $HB = \frac{1}{2} \cdot HA$ .
  - tekez bike ku bazinêk di goşeyên çargoşeya OBHD re derbas dibe.
  - pîvana qiraça  $\widehat{E}$  bibîne.
- 4) Di bazinê jêr de: AN eşkêl e.



Pirsên li jêr bibersivîne.

- pîvana qiraça  $\widehat{MON}$  bibîne.
- pîvana kevanê  $\widehat{AM}$  bibîne.



## BEŞA SÊYEM: HEJMARÊN RAST

HEJMARÊN RAST

DI HEJMARÊN RAST DE KOMKIRIN Û DERXISTIN

DI HEJMARÊN RAST DE NIRXÊ MUTLEQ

KOKDAM

DI HEJMARÊN RAST DE HEVDAN

DI HEJMARÊN RAST DE PARVEKIRIN

HEJMARÊN RAST YÊN BI HÊZ

$$\sqrt{4^2}$$

$$2$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\sqrt{3^2}$$



## HEJMARÊN RAST

Li ser komika hejmarên jêr bihizire.

$$\left\{ \frac{4}{11}, \sqrt{5}, \frac{22}{7}, \sqrt{9}, \sqrt{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{5}, 3\sqrt{7}, 2\frac{1}{5}, \sqrt{16} \right\}$$

- Hejmarên rêjeyî nîşan bike.
- Hejmarên nerêjeyî nîşan bike.
- Komika ku hejmarên rêjeyî û nerêjeyî digire xwe jê re çi tê gotin?

Komika hejmaran a ku hejmarên rêjeyî û nerêjeyî digire nava xwe jê re komika **hejmarên rast** tê gotin.

Komika **hejmarên rast** bi sembola **R** tê nîşankirin.

$$R = Q \cup Q'$$

**Bîranîn:**

**N:** Komika hejmarên xwezayî ye.

**Z:** Komika hejmarên tam e.  $N \subset Z$

**Q:** Komika hejmarên rêjeyî ye.  $Z \subset Q$

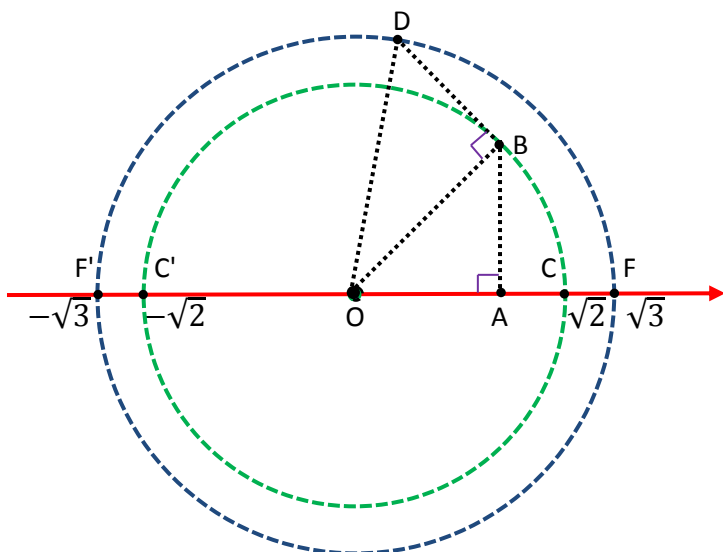
**Q':** Komika hejmarên nerêjeyî ye.

**R:** Komika hejmarên rast e.  $\{Q, Q'\} \subset R$

## Nîşankirina hejmarên rast li ser rasteka hejmaran

## Mînak:

Ji bo nîşankirina hejmarên  $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$  li ser rasteka hejmaran.



- 1) Em destpêkê rasteka hejmaran xêz bikin, ji bo hejmara **0** tîpa **O** û ji bo hejmara **1** tîpa **A** nîşan bikin.
- 2) Ji xala **A** tîkekî xêz bikin û xala **B** li ser nîşan bikin ku  $AB = 1$
- 3) Di sêgoşeya  $\triangle OAB$  ya tîk de li gorî teoriya Pythagoras  $OB = \sqrt{2}$
- 4) Em bazinê  $(O, OB)$  xêz bikin, ev bazin rastekê di du xalan de dibire  $C = \sqrt{2}$  û  $C' = -\sqrt{2}$

Ji bo nîşankirina hejmarên  $(\sqrt{3}, -\sqrt{3})$  li ser rasteka hejmaran:

- 1) Destpêkê em tîkekî ji xala **B** xêz bikin û xala **D** li ser nîşan bikin ku  $BD = 1$ .

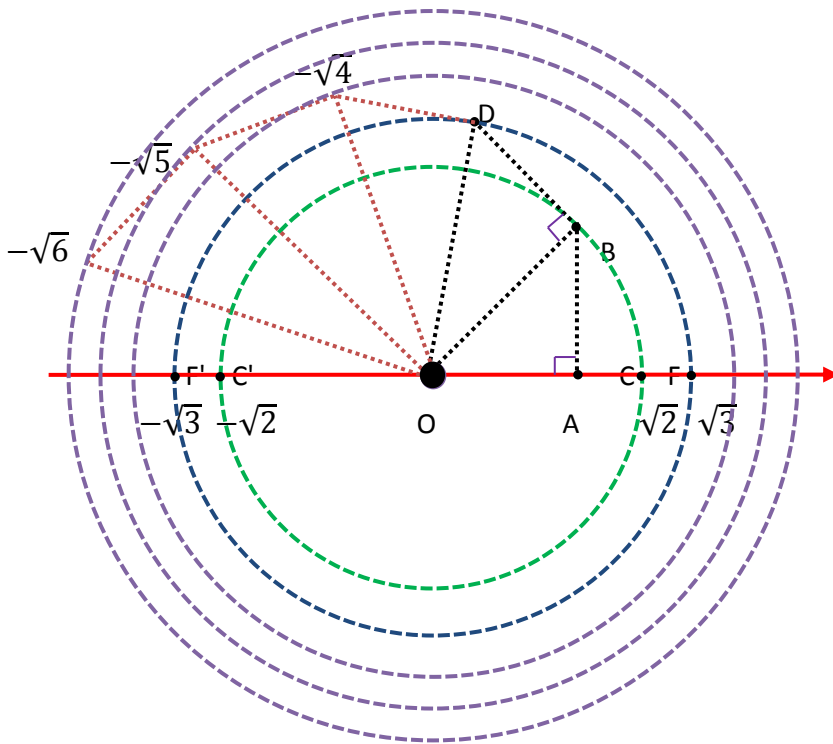


- 2) Di sêgoşeya OBD ya tîk de li gorî teoriya Pythagoras  $OD = \sqrt{3}$ .
- 3) Em bazinê (O , OD) xêz bikin, ev bazin rastekê di du xalan de dibire  $F = \sqrt{3}$  û  $F' = -\sqrt{3}$

Ji bo nîşankirina hejmarên:

$\dots -\sqrt{7}, -\sqrt{6}, -\sqrt{5}, -\sqrt{4}, \dots, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7} \dots$

li ser rasteka hejmaran, em bi heman rêbazî berdewam bikin.



## Hevrûkirina hejmarên rast

Ji bo hevrûkirina du hejmarên rast  $a$  û  $b$  :

Em karanîna derxistinê pêk bînin:

Eger  $a - b > 0$  be, wê demê  $a > b$

Lê eger  $a - b < 0$  be, wê demê  $a < b$

## Mînak:

Ji her du hejmarên  $\frac{2}{\sqrt{7}}$  ,  $\sqrt{7}$  kîjan mezin e?

## Çareserî:

$$\sqrt{7} - \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} - 2}{\sqrt{7}} = \frac{7-2}{\sqrt{7}} = \frac{5}{\sqrt{7}} > 0$$

Li gorî wê  $\sqrt{7} > \frac{2}{\sqrt{7}}$


**Hînkirin**

● Ji her du hejmarên li jêr kîjan mezin e? Nîşan bike.

a)  $\frac{7}{\sqrt{2}}$  ,  $3\sqrt{2}$

b)  $\frac{3}{\sqrt{5}}$  ,  $\sqrt{5}$

## DI HEJMARÊN RAST DE KOMKIRIN Û DERXISTIN

Di sala borî de komkirin û derxistin li ser hejmarên rêjeyî bi me re derbas bûn. Em ê niha li ser karanînen komkirin û derxistinê û taybetiyên her karanînekê di hejmarên rast de rawestî:

### ● Di komika hejmarên rast de taybetiyên karanîna komkirinê:

#### a) Taybetiya girtîbûnê:

Eger  $a, b \in R$  wê demê  $(a + b) \in R$

Kombûna du hejmarên rast, hejmarek rast e.

**Mînak:**

Eger  $\sqrt{7} \in R$  û  $\sqrt{7} - 2 \in R$ ,

Wê demê  $\sqrt{7} + (\sqrt{7} - 2) = 2\sqrt{7} - 2 \in R$

#### b) Taybetiya hevguhertinê:

Eger  $a, b \in R$  wê demê  $a + b = b + a$

Komkirina hejmarên rast karanîneke hevguhêr e.

Mînak:

Eger  $\sqrt{2} + \pi \in R$  û  $-3\pi \in R$

Wê demê:

$$(\sqrt{2} + \pi) + (-3\pi) = -2\pi + \sqrt{2}$$

$$(-3\pi) + (\sqrt{2} + \pi) = -2\pi + \sqrt{2}$$

### c) Taybetiya yekgirtinê:

Eger  $a, b, c \in R$

wê demê  $(a + b) + c = a + (b + c)$

Komkirina hejmarên rast karanîneke yekgirtî ye.

Mînak:

Eger  $2\sqrt{5}, 3\sqrt{2}, \sqrt{5} \in R$

Wê demê:

$$(2\sqrt{5} + 3\sqrt{2}) + \sqrt{5} = 3\sqrt{5} + 3\sqrt{2} = 3(\sqrt{5} + \sqrt{2})$$

$$2\sqrt{5} + (3\sqrt{2} + \sqrt{5}) = 3\sqrt{5} + 3\sqrt{2} = 3(\sqrt{5} + \sqrt{2})$$

### d) Endamê bê bandor:

Eger  $a \in R$

Wê demê:

$$a + 0 = a$$

Komkirina hejmareke rast bi sifirê re yeksanî heman hejmarê ye.  
sifir "0" di karanîna komkirinê de endamekî bê bandor e.

**Mînak:**

Eger  $6\sqrt{7} \in R$

$$6\sqrt{7} + 0 = 6\sqrt{7}$$

**e) Hejmarê dij:**

Eger  $a \in R$

Wê demê:

$$a + (-a) = 0$$

Komkirina hejmareke rast bi hejmara dij xwe re yeksanî sifir e.

**Mînak:**

Eger  $+\frac{1}{5} \in R$

$$+\frac{1}{5} + \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{0}{5} = 0$$

● **Di komika hejmarên rast de taybetiyên karanîna derxistinê**

**a) Taybetiya girtîbûnê:**

Eger  $a, b \in R$  wê demê  $(a - b) \in R$

Derxistina du hejmarên rast, hejmarek rast e.

Mînak:

Eger  $3 - \sqrt{5} \in R$  û  $+\sqrt{5} \in R$ ,

Wê demê  $3 - \sqrt{5} - (+\sqrt{5}) = 3 - \sqrt{5} + (-\sqrt{5}) = 3 - 2\sqrt{5} \in R$

### b) Taybetiya nehevguhertinê:

Eger  $a, b \in R$  wê demê  $a - b \neq b - a$

Derxistina hejmarên rast karanîneke nehevguhêr e.

Mînak:

Eger  $\pi - \sqrt{2} \in R$  û  $\pi + \sqrt{2} \in R$

Wê demê:

$$\pi - \sqrt{2} - (\pi + \sqrt{2}) = \pi - \sqrt{2} + (-\pi - \sqrt{2}) = -2\sqrt{2}$$

$$\pi + \sqrt{2} - (\pi - \sqrt{2}) = \pi + \sqrt{2} + (-\pi + \sqrt{2}) = +2\sqrt{2}$$

$$-2\sqrt{2} \neq +2\sqrt{2}$$

Nîşe:

- $-(a + b) = -a - b$
- $-(a - b) = -a + b$

### c) Taybetiya neyegirtinê:

Eger  $a, b, c \in R$

wê demê  $(a - b) - c \neq a - (b - c)$

Derxistina hejmarên rêjeyî karanîneke neyegirtî ye.

Mînak:

Eger  $2\pi, -3\pi, \sqrt{3} \in R$

Wê demê:

$$\begin{aligned} \star (2\pi - (-3\pi)) - \sqrt{3} &= (2\pi + (+3\pi)) - \sqrt{3} \\ &= 5\pi - \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \star 2\pi - (-3\pi - \sqrt{3}) &= 2\pi + (+3\pi + \sqrt{3}) \\ &= 5\pi + \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$5\pi - \sqrt{3} \neq 5\pi + \sqrt{3}$$



1) Encama karanînên li jêr bibîne.

a)  $(1 - \sqrt{13}) + 13 - (-\sqrt{13})$

b)  $-\pi - (\sqrt{2} - \pi) + 3$

c)  $\frac{3}{4} - \left(-\sqrt{11} - \frac{1}{4}\right) - \sqrt{11}$

2) Eger  $a = \sqrt{2} + \sqrt{5}$  û  $b = -\sqrt{2} + \sqrt{5}$  encama karanînên li jêr bibîne.

a)  $a - b - \sqrt{2}$

b)  $b - a + \sqrt{2}$

## DI HEJMARÊN RAST DE NIRXÊ MUTLEQ

Nirxê mutleq ji hejmareka rast re: Ew dûrahiya di navbera xala  $0$  di kordînêtê de û xala ku wê hejmarê nîşan dike.

Sembola nirxê mutleq ji hejmarê  $x$  re =  $|x|$

Eger  $x$  hejmarake rast pozîtîv be wê demê:  $|x| = x$

Eger  $-x$  hejmarake rast negatîv be wê demê:  $|-x| = x$

## Mînak:

Nirxê mutleq ji hejmarên jêr re bibîne.

$$|\pi|, |-\pi|, |\sqrt{6} - \pi|$$

## Çareserî:

$$|\pi| = \pi$$

$$|-\pi| = \pi$$

$|\sqrt{6} - \pi| = -(\sqrt{6} - \pi) = \pi - \sqrt{6}$  (ji ber ku  $\sqrt{6} - \pi$  hejmareke negatîv e)

## Nîşe:

- $|a| \cdot |b| = |a \cdot b|$
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$
- $|a^2| = a^2$
- $|a|^2 = a^2$



Mînak:

$$|-2| \cdot |\sqrt{7}| = |-2\sqrt{7}| = 2\sqrt{7}$$

$$\left| \frac{12}{\sqrt{5}} \right| = \frac{|12|}{|\sqrt{5}|} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

**Bikaranîna nîrxê mutleq di hevkeşeyan de.**

- ☆ Hevkeşeya bi awayê  $|x| = 0$  çareserîya wê:  $x = 0$
- ☆ Hevkeşeya bi awayê  $|x| = a$  çareserîya wê:  
 $x = a$  yan jî:  $x = -a$

Mînak:

Hevkeşeyên li jêr çareser bike.

a)  $|x - 3| = 0$

b)  $|x - 1| = \sqrt{5}$

**Çareserî:**

a)  $|x - 3| = 0$

$$x - 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 3$$

b)  $|x - 1| = \sqrt{5}$

Yan  $x - 1 = +\sqrt{5} \quad \rightarrow \quad x = 1 + \sqrt{5}$

Yan jî  $x - 1 = -\sqrt{5} \quad \rightarrow \quad x = 1 - \sqrt{5}$

## Hînkirin

1) Encamên karanînên li jêr bibîne.

a)  $|\sqrt{2}| - \sqrt{2}$

b)  $|3 + \pi| - \pi$

c)  $|\sqrt{-3}| + \sqrt{3}$

d)  $\left|1 - \frac{2}{5}\right| + \pi$

2) Hevkêşeyên li jêr çareser bike.

a)  $|x + \pi - 1| = \pi$

b)  $|2x + 6| = 0$

c)  $|\pi - x + \sqrt{2}| = \pi - \sqrt{2}$

d)  $|x| = 3$

## Kokdam

Kokdama hejmarên li jêr bibîne.

a)  $\sqrt{3^2}$                       b)  $\sqrt{7^2 \times 5^4}$

c)  $\sqrt{36}$                         d)  $\sqrt{0,25}$

## Çareserî:

a)  $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$                       b)  $\sqrt{7^2 \times 5^4} = 7 \times 5^2 = 175$

c)  $\sqrt{3^2} = 3$                                 d)  $\sqrt{0,25} = 0,5$

☆ Eger  $a \hat{=} b \in \mathbb{R}^+ \hat{=} a^2 = b^2 \rightarrow a = b$

☆ Eger  $a \hat{=} b \in \mathbb{R}^+ \hat{=} \sqrt{a} = \sqrt{b} \rightarrow a = b$

☆ Eger  $a \hat{=} b \in \mathbb{R} : \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

## Mînak 1:

Hevkêşeyên li jêr çareser bike.

a)  $\sqrt{x} = \sqrt{3}$                                 b)  $\sqrt{x+7} = \sqrt{5}$

## Çareserî:

a)  $\sqrt{x} = \sqrt{3} \rightarrow x = 3$

b)  $\sqrt{x+7} = \sqrt{5} \rightarrow x+7 = 5 \rightarrow x = 5 - 7 = -2$

## Mînak 2:

Kokdamên li jêr veke.

$$\sqrt{8}, \sqrt{32}, \sqrt{54}, \sqrt{75}$$

## Çareserî:

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{54} = \sqrt{9 \times 6} = \sqrt{9} \times \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$\star \text{ Eger } a \in \mathbb{R}^+ : \sqrt{a^2} = a$$

$$\star \text{ Eger } x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2} = |x|$$

## Mînak:

Hevkêşeyên li jêr çareser bike.

$$\text{a) } \sqrt{x^2} = 5 \quad \text{b) } \sqrt{(x-2)^2} = 8 \quad \text{c) } \sqrt{(x-\pi)^2} = \pi$$

## Çareserî:

$$\text{a) } \sqrt{x^2} = 5 \rightarrow \sqrt{x^2} = |x| = 5$$

$$\text{Yan } x = 5 \text{ an jî } x = -5$$

$$\text{b) } \sqrt{(x-2)^2} = 8 \rightarrow \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| = 8$$

$$\text{yan } x - 2 = 8 \rightarrow x = 10$$

$$\text{an jî } x - 2 = -8 \rightarrow x = -6$$

$$\text{c) } \sqrt{(x-\pi)^2} = \pi \rightarrow \sqrt{(x-\pi)^2} = |x-\pi| = \pi$$

$$\text{yan } x - \pi = \pi \rightarrow x = \pi + \pi = 2\pi$$

$$\text{an jî} \quad x - \pi = -\pi \rightarrow x = -\pi + \pi = 0$$

$$\star \text{ Eger } a \hat{u} b \in \mathbb{R}^+ \hat{u} b \neq 0: \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

**Mînak:**

Hejmarên li jêr sade bike.

$$\sqrt{\frac{36}{25}}, \quad \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{18}}, \quad \frac{\sqrt{7\pi}}{\sqrt{4\pi}}$$

**Çareserî:**

$$\sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{6}{18}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{7\pi}}{\sqrt{4\pi}} = \sqrt{\frac{7\pi}{4\pi}} = \sqrt{\frac{7}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$


**Hînkirin**

1) Hevkêşeyên li jêr çareser bike.

a)  $\sqrt{(x - 6)^2} = 12$

b)  $\sqrt{x^2} = \pi$

c)  $\sqrt{x - 5} = \sqrt{11}$

d)  $\sqrt{2x - 1} = \sqrt{7}$

2) Hejmarên li jêr sade bike.

$$\frac{\sqrt{8\sqrt{2}}}{\sqrt{9\sqrt{2}}}, \quad \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{72}}, \quad \sqrt{\frac{9}{16}}$$

3) Bi sadekirina hejmaran, encamên karanînan bibîne.

a)  $\sqrt{27} - \sqrt{75} + \sqrt{12}$

b)  $\sqrt{8} + \sqrt{32}$

## DI HEJMARÊN RAST DE HEVDAN

Taybetiyên karanîna hevdanê

a) Taybetiya girtîbûnê

Eger  $a, b \in R$  wê demê  $(a \times b) \in R$

Hevdana du hejmarên rast, hejmarek rast e.

Mînak:

Eger  $-\sqrt{2} \in R$  û  $+\sqrt{3} \in R$ ,

Wê demê  $-\sqrt{2} \times (+\sqrt{3}) = -\sqrt{3 \times 2} = -\sqrt{6} \in R$

b) Taybetiya hevguhertinê

Eger  $a, b \in R$  wê demê  $a \times b = b \times a$

Hevdana hejmarên rast karanîneke hevguhêr e.

Mînak:

Eger  $-\sqrt{5} \in R$  û  $-4 \in R$ ,

Wê demê:

$$-\sqrt{5} \times (-4) = 4\sqrt{5}$$

$$-4 \times (-\sqrt{5}) = 4\sqrt{5}$$

## c) Taybetiya belavkirina hevdanê li ser komkirinê

Eger  $a, b, c \in R$

wê demê  $a \cdot (b + c) = ab + ac$

Mînak:

Eger  $\sqrt{7}, -3, \sqrt{2} \in R$

Wê demê:

$$\sqrt{7} \times (-3 + \sqrt{2}) \frac{1}{2} = -3\sqrt{7} + \sqrt{7}\sqrt{2} = -3\sqrt{7} + \sqrt{14}$$



### Hînkirin

\* Encamên karanînên li jêr bibîne.

a)  $-\pi \cdot (5)$

b)  $-\sqrt{2} \cdot (\sqrt{11})$

c)  $4 \cdot (\sqrt{3} + 2)$

d)  $3\sqrt{7} \cdot (-6 + 9)$



## DI HEJMARÊN RAST DE PARVEKIRIN

$$\bullet \text{ Eger: } a \hat{u} b \in R: a \div b = \frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$$

$$\bullet \text{ Eger: } \frac{a}{b} \hat{u} \frac{c}{d} \in R \hat{u} a, b \hat{u} c \neq 0:$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

## Mînak 1:

$$\text{Eger: } a = \sqrt{5} \hat{u} b = -5, \frac{a}{b} \text{ bibîne.}$$

## Çareserî:

$$\sqrt{5} \div (-5) = \sqrt{5} \times \frac{-1}{5} = \frac{-\sqrt{5}}{5}$$

## Mînak 2:

$$\text{Eger: } a = \frac{-2}{\sqrt{2}} \hat{u} b = \frac{\sqrt{2}}{5}, \frac{a}{b} \text{ bibîne.}$$

## Çareserî:

$$\frac{-2}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{2}}{5} = \frac{-2}{\sqrt{2}} \times \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{-10}{2} = -5$$

Ji bo hêskirina parvekirineke bi awayê:  $\frac{a}{\sqrt{b}}$  em dikarin par û paranê hevdanî kokdama li paranê  $\sqrt{b}$  bikin.

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{a \cdot \sqrt{b}}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a \cdot \sqrt{b}}{b}$$

(Rakirina kokdamê ji paranê)

**Mînak:**

Di hejmarên li jêr de kokdamên di paranên wan de rake

$$\frac{4}{\sqrt{2}}, \quad \frac{-6}{\sqrt{3}}, \quad \frac{2}{\sqrt{5}}$$

**Çareserî:**

$$\frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{-6}{\sqrt{3}} = \frac{-6\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{-6\sqrt{3}}{3} = -2\sqrt{3}$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

**Hînkirin**

● Hevkêşeyên li jêr çareser bike

a)  $\sqrt{7} \cdot x + 1 = 5$

b)  $2\sqrt{3} \cdot x = -\sqrt{3} \cdot x + 9$

c)  $\sqrt{6} \cdot x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

## HEJMARÊN RAST ÊN BI HÊZ

Eger  $a \in R$  û  $n \in N$ ;  $n \neq 0$  :

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \quad (n \text{ caran})$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^0 = 1$$

**Mînak:**

Eger hejmara  $a$  hejmarek bi hêz be ku bingeha wê  $\frac{-3}{4}$  û hêza wê 3 be, hejmara  $a$  bibîne.

**Çareserî:**

$$a = \left(\frac{-3}{4}\right)^3 = \frac{-3}{4} \times \frac{-3}{4} \times \frac{-3}{4} = \frac{-27}{64}$$

Hêmaya encama vekirina hejmara bi hêz:

- 1) Eger bingeha hejmar pozîtîv be, Pozîtîv e.
- 2) Eger bingeha hejmar negatîv be:
  - a) Ku hêz hejmarek cot be, pozîtîv e.
  - b) Ku hêz hejmarek kit be, negatîv e.

**Mînak:**

Hêmaya encama vekirina hejmarên jêr bibîne.

$$(-\sqrt{7})^{75} \quad , \quad (-\sqrt{3})^{24} \quad , \quad (\sqrt{5})^{37}$$

**Çareserî:**

Hêmaya encama vekirina hejmara  $(-\sqrt{7})^{75}$  negatîv e, ji ber ku hêza wê kit e.

Hêmaya encama vekirina hejmara  $(-\sqrt{3})^{24}$  pozîtîv e, ji ber ku hêza wê cot e.

Hêmaya encama vekirina hejmara  $(\sqrt{5})^{37}$  pozîtîv e, ji ber ku bingeha wê pozîtîv e.

Taybetiyên hejmarên bi hêz:

**1) Hevdana du hejmarên bi hêz.****a) Hevdana du hejmarên bi heman hêzê**

Eger  $a, b \in R \hat{u} n \in Z; a, b, n \neq 0 :$

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

**Mînak 1:**

$$3^2 \times (-5)^2 = (3 \times (-5))^2 = (-15)^2 = 225$$

**Mînak 2:**

$$\pi^4 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)^4 = \left(\frac{\pi\sqrt{2}}{\pi}\right)^4 = (\sqrt{2})^4 = 4$$

## b) Hevdana du hejmarên bi heman bingehê

Eger  $a \in R$  û  $m, n \in Z$ ;  $a, m, n \neq 0$  :

$$a^m \cdot a^n = (a)^{m+n}$$

**Mînak:**

$$(\sqrt{7})^3 \times (\sqrt{7})^4 = (\sqrt{7})^{3+4} = (\sqrt{7})^7$$

## 2) Hêza hejmara bi hêz.

Eger  $a \in R$  û  $m, n \in Z$ ;  $a, m, n \neq 0$  :

$$(a^m)^n = (a)^{m \times n}$$

**Mînak:**

Hejmarên li jêr veke.

$$((\sqrt{3})^{-3})^{-4}, ((\sqrt{5})^4)^{-7}, ((\sqrt{7})^5)^{12}$$

**Çareserî:**

$$((\sqrt{3})^{-3})^{-4} = (\sqrt{3})^{12} = ((\sqrt{3})^2)^6 = 3^6$$

$$((\sqrt{5})^4)^{-7} = (\sqrt{5})^{-28} = \frac{1}{(\sqrt{5})^{28}} = \frac{1}{((\sqrt{5})^2)^{14}} = \frac{1}{(5)^{14}}$$

$$((\sqrt{7})^5)^{12} = (\sqrt{5})^{60} = ((\sqrt{5})^2)^{30} = (5)^{30}$$

### 3) Parvekirina du hejmarên bi hêz.

#### a) Parvekirina du hejmarên bi heman hêzê:

Eger  $a, b \in R \hat{u} n \in Z; a, b, n \neq 0$  :

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Mînak:

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}\right)^6 = \frac{(\sqrt{2})^6}{(\sqrt{11})^6} = \frac{((\sqrt{2})^2)^3}{((\sqrt{11})^2)^3} = \frac{2^3}{11^3} = \left(\frac{2}{11}\right)^3$$

#### b) Parvekirina du hejmarên bi heman bingehê.

Eger  $a \in R \hat{u} m, n \in Z; a, m, n \neq 0$  :

$$\frac{a^m}{a^n} = (a)^{m-n}$$

Mînak:

$$\frac{(\sqrt{7})^9}{(\sqrt{7})^6} = (\sqrt{7})^{9-6} = (\sqrt{7})^3$$

Nîşe: Eger  $a \in R \hat{u} n \in Z; a, n \neq 0$

$$1 = \frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 \rightarrow a^0 = 1$$

### Hînkirin

1) Hejmarên li jêr sade bike.

$$\frac{(\sqrt{14})^7}{(\sqrt{28})^7} \quad , \quad \frac{(2\pi)^5}{(12\pi)^5}$$

2) Kaba ku dirêjahiya kenarê wê  $\frac{\sqrt{5}}{3}$  qebareya wê bibîne.

3) Hêmaya encama vekirina hejmarên jêr bibîne.

$$(24)^{11} \quad , \quad (-7)^{35} \quad , \quad (-\sqrt{17})^{44}$$

## PIRSÊN BEŞA SÊYEM

1) Encama karanînên li jêr bibîne

a)  $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{45}}$

b)  $\frac{\sqrt{4} \times \sqrt{7}}{\sqrt{2} \times \sqrt{14}}$

c)  $\sqrt{\frac{7}{3}} + 4\sqrt{\frac{63}{75}} - 2\sqrt{\frac{28}{27}}$

2) Hevkêşeyên li jêr çareser bike.

a)  $|x| = \sqrt{2}$

b)  $|x + \sqrt{15}| = 0$

c)  $|x - \sqrt{3}| = 8$

d)  $\sqrt{(x + 3)^2} = 7$

e)  $\sqrt{x - 3} = \sqrt{7}$

f)  $\sqrt{(3x - 6)^2} = 0$

3) Hejmarên li jêr sade bike.

$$\frac{(\sqrt{5})^5}{(\sqrt{5})^7}, \quad \frac{(\sqrt{3})^7}{(\sqrt{3})^5}, \quad (\sqrt{2})^{-2} \times (\sqrt{2})^7$$

4) Wekhevîyên li jêr tekez bike.

a)  $(\sqrt{2})^{-3} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

b)  $(\sqrt{3})^{-5} = \frac{\sqrt{3}}{27}$



5) Kokdamê ji paranên hejmarên jêr rake.

a)  $\frac{26}{\sqrt{13}}$

b)  $\frac{-7}{\sqrt{21}}$

c)  $\frac{-1}{\sqrt{10}}$

d)  $\sqrt{\frac{11}{64}}$

6) Karanînen li jêr bi awayê :  $a^n \cdot b^m \cdot c^p$  binvîse.

a)  $a^4 \cdot b^6 \cdot a^8 \cdot b^5 \cdot c^6$

b)  $(a^2 \cdot b^4 \cdot c^7)^2 \cdot (a^5 \cdot b^{15} \cdot c^3)^{-3}$

c)  $\frac{a^8 \cdot b^{-2} \cdot c^{-17}}{a^4 \cdot b^2 \cdot c^{-9}}$



# BEŞA ÇAREM: RÊJEYÊN SÊGOŞEYÎ

Rêjeyên Sêgoşeyî Yên Qiraça Teng

Rêjeyên Sêgoşeyî Di Jiyanê De





## RÊJEYÊN SÊGOŞEYÎ YÊN QIRAÇA TENG

Li ser sêgoşeya li jêr bihizire.

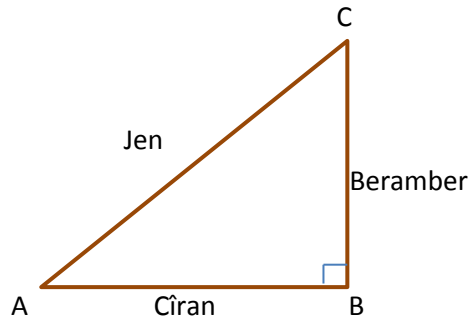
$ABC$  sêgoşeyeke tîk e.

$AC$  jen e.

$A$  qiraçeke teng e.

$BC$  kenarê beramberî qiraça  $A$  ye.

$AB$  kenarê cîranê qiraça  $A$  ye.



Ji rêjeya  $\frac{BC}{AC}$  re, çi tê gotin?

Ji rêjeya  $\frac{AB}{AC}$  re, çi tê gotin?

Di sêgoşeya tîk  $ABC$  de:

Ji rêjeya  $\frac{BC}{AC}$  re, **sin A** tê gotin.

$$\text{Ango: } \sin A = \frac{\text{dirêjahiya kenarê beramberî wê}}{\text{dirêjahiya jenê}} = \frac{BC}{AC}$$

Ji rêjeya  $\frac{AB}{AC}$  re, **cos A** tê gotin.

$$\text{Ango: } \cos A = \frac{\text{dirêjahiya kenarê cîranê wê}}{\text{dirêjahiya jenê}} = \frac{AB}{AC}$$

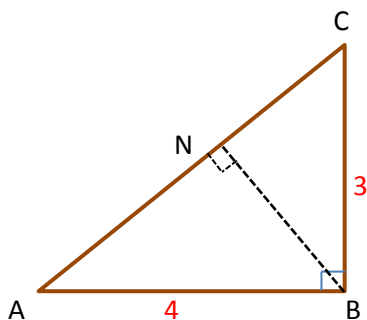
Ji bo hêsankirina nivîsandin û xwendinê em dikarin bi vî awayî binivîsin:

$$\sin A = \frac{\text{beramber}}{\text{jen}} \quad \hat{=} \quad \cos A = \frac{\text{cîran}}{\text{jen}} ; \sin A \hat{=} \cos A \in [-1, +1]$$

Mînak:

Di sêgoşeya rexê de:

- a)  $\sin A$  û  $\cos A$  bibîne.
- b) Dirêjahiya  $BN$  bibîne.



Çareserî:

Destpêkê em dirêjahiya  $AC$  ango jenê bibînin.

Li gorî teoriya Pythagoras  $AC = 5$

a)  $\sin A = \frac{\text{beramber}}{\text{jen}} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$

$\cos A = \frac{\text{cîran}}{\text{jen}} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{5}$

b) Di sêgoşeya tîk  $ANB$  de:

$\sin A = \frac{BN}{AB} = \frac{BN}{4}$ , lê di sêgoşeya  $ABC$  de:

$\sin A = \frac{3}{5}$  li gorî vê

$\frac{BN}{4} = \frac{3}{5} \rightarrow BN = \frac{12}{5}$

Li ser sêgoşeya li jêr bihizire.

$ABC$  sêgoşeyeke tîk e.

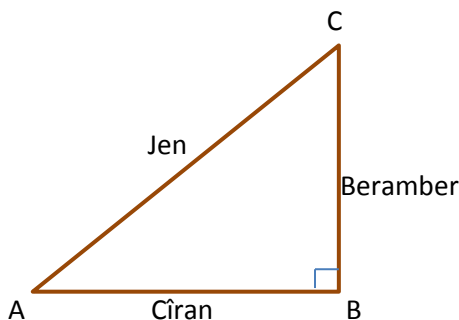
$AC$  jen e.

$A$  qiraçeke teng e.

$BC$  kenarê beramberî qiraça

$A$  ye.

$AB$  kenarê cîranê qiraça  $A$  ye.



Ji rêjeya  $\frac{BC}{AB}$  re, çi tê gotin?

Ji rêjeya  $\frac{AB}{BC}$  re, çi tê gotin?

Di sêgoşeya tîk ABC de:

Ji rêjeya  $\frac{BC}{AB}$  re, **tan A** tê gotin.

$$\text{Ango: } \mathbf{\tan A} = \frac{\text{dirêjahiya kenarê beramberî wê}}{\text{dirêjahiya kenarê cîranê wê}} = \frac{BC}{AB}$$

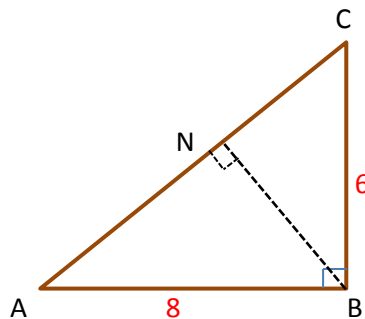
Ji rêjeya  $\frac{AB}{AC}$  re, **cot A** tê gotin.

$$\text{Ango: } \mathbf{\cot A} = \frac{\text{dirêjahiya kenarê cîranê wê}}{\text{dirêjahiya kenarê beramberî wê}} = \frac{AB}{BC}$$

**Mînak:**

Di sêgoşeya rexê de:

**Tan C** û **cot C** bibîne.



**Çareserî:**

Destpêkê em dirêjahiya AC angî jenê bibînin.

Li gorî teoriya Pythagoras  $AC = 10$

$$\mathbf{\tan C} = \frac{\text{dirêjahiya kenarê beramberî wê}}{\text{dirêjahiya kenarê cîranê wê}} = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\mathbf{\cot C} = \frac{\text{dirêjahiya kenarê cîranê wê}}{\text{dirêjahiya kenarê beramberî wê}} = \frac{BC}{AB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Ji bo hêsanîkirina nivîsandin û xwendinê em dikarin bi vî awayî binivîsin:

$$\mathbf{\tan A} = \frac{\text{beramber}}{\text{cîran}} \quad \hat{=} \quad \mathbf{\cot A} = \frac{\text{cîran}}{\text{beramber}}$$

Têkiliyên di navbera rêjeyên sêgoşeyî de.

- ◆  $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
- ◆  $\sin(x) = \cos(90 - x)$
- ◆  $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$
- ◆  $\cot A = \frac{1}{\tan A}$

**Mînak 1:**

Eger B qiraçeke teng be û  $\cos B = \frac{2}{3}$   
 $\sin B$  û  $\tan B$  bibîne.

**Çareserî:**

$$\sin^2 B + \cos^2 B = 1$$

$$\sin^2 B + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 B + \frac{4}{9} = 1$$

$$\sin^2 B = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan B = \frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



## Mînak 2:

Eger  $C$  qiraçeke teng û ji  $70^\circ$  biçûktir be,

Ku  $\sin C = \cos(C + 20)$  pîvana qiraça  $C$  bibîne.

## Çareserî:

Li gorî:  $\sin(x) = \cos(90 - x)$  :

$C + C + 20 = 90^\circ$  li gorî vê:

$$2C = 90^\circ - 20 = 70$$

$$C = \frac{70}{2} = 35^\circ$$


**Hînkirin**

● Pirsên li jêr bibersivîne.

a) Eger  $A$  qiraçeke teng be û  $\sin A = \frac{1}{\sqrt{3}}$   
 $\cos A$  û  $\tan A$  bibîne.

b) Eger  $C$  qiraçeke teng be ku ji  $78^\circ$  biçûktir be  
 û  $\cos(C + 12) = \sin C$  pîvana qiraça  $C$  bibîne.

## RÊJEYÊN SÊGOŞEYÎ DI JIYANÊ DE

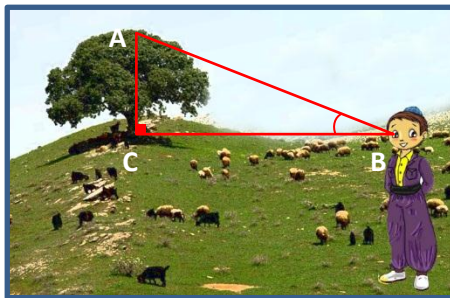
## Rêjeyên sêgoşeyî yên navdar

Destpêkê em hin rêjeyên sêgoşeyî yên navdar nas bikin.

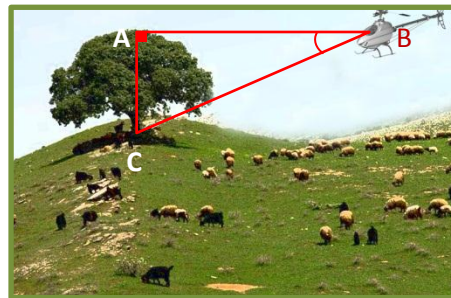
Qiraç Rêje	30°	45°	60°
Sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

## Qiraça bilindahiyê û qiraça nimzahiyê.

Li ser her du wêneyên li jêr bihizire.



Wêne (1)



Wêne (2)

Xêza dîtîne kîjan e?

Xêza asoyî kîjan e?

Qiraça bilindahiyê kîjan e?

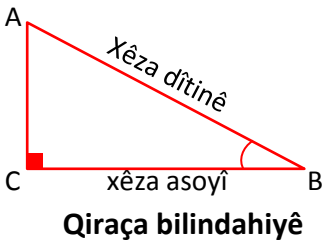
Qiraça nimzahiyê kîjan e?

**Xêza dîtînê:** Nîvrasteka ku ji çavê bîner dest pê dîke û digihe tişta tê dîtîn.

**Xêza asoyî:** Nîvrasteka asoyî ya ji çavê bîner dest pê dîke û digihe tişta tê dîtîn.

**Qiraça bilindahiyê:** Qiraça di navbera xêza dîtînê û xêza asoyî de ye.

**Qiraça Nimzahiyê:** Qiraça di navbera xêza dîtînê û xêza asoyî de ye.



**Wêne (1)**



**Wêne (2)**

Liser awayê li rexê bihizire.

- Qiraça bilindahiyê xêz bike.
- Qiraça nimzahiyê xêz bike.

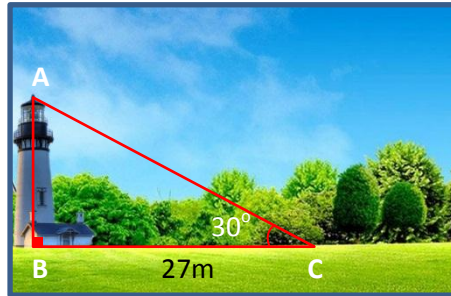
Her du qiraç yeksan in an na?



**Mînak:**

Di wêneya li rexê de, xala C bi 27 m dûrî minareyê ye û qiraça bilindahiyê jî  $30^\circ$  ye.

Bilindahiya minareyê çend e?

**Çareserî:**

Di sêgoşeya tîk  $ACB$  de.

$$\tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{27} \rightarrow AB = 27 \cdot \tan C$$

$$AB = 27 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 9\sqrt{3} \text{ m}$$

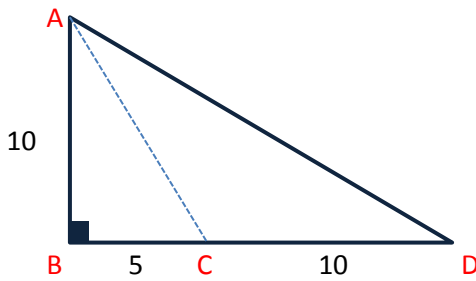
**Hînkirin**

- Balefirek bi bilindahiya 600 m li ser deryayê difire. Du gemî li ser ruyê avê ne ku qiraçên nimzahiyê yên her du gemiyan  $30^\circ$  û  $45^\circ$  in.

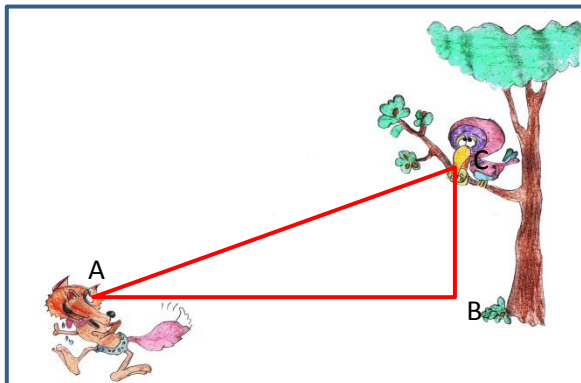
Dûrahiya di navbera her du gemiyan de çiqas e?

## PIRSÊN BEŞA ÇAREM

- 1) Eger  $H$  qiraçeke teng be  $\hat{u} \tan H = \frac{1}{2}$   
 $\sin H$  û  $\cos H$  bibîne.
- 2) Di sêgoşeya  $ABC$  ya jêr de.
- a) Dirêjahiya  $AC$  û  $AD$  bibîne.  
 b)  $\sin ACB$  û  $\cos D$  bibîne.  
 c)  $\tan BAC$  û  $\cos BAC$  bibîne.



- 3) Eger pîvana qiraça bilindahiya qijkê ji rovî  $45^\circ$   
 $\hat{u} BC = 2$  m be. Dûrahiya penêrê ku di devê qijkê de ji rovî  
 bibîne.

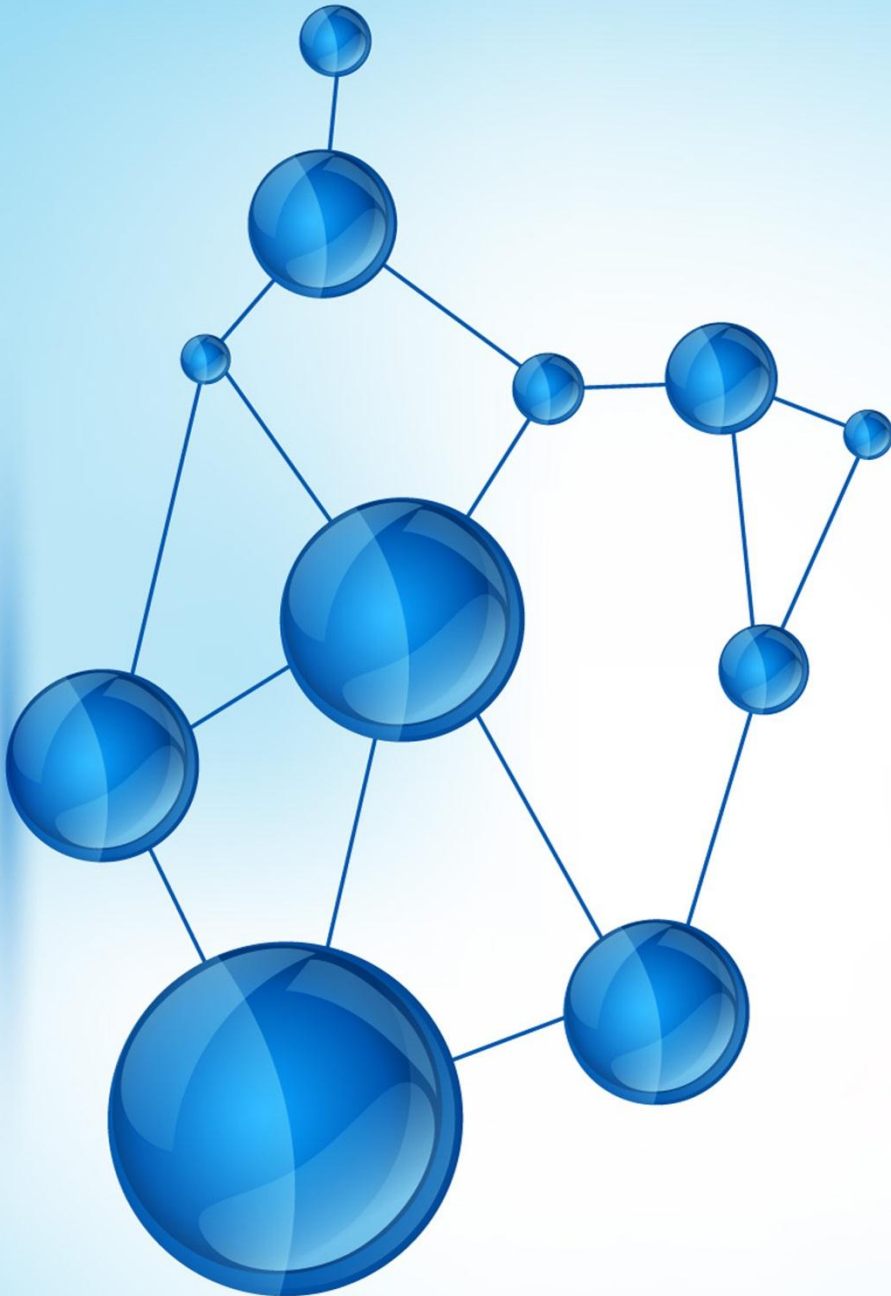




## BEŞA PÊNCHEM: RÊJE Û RÊJDARÎ

Cureyên rêjdariyan

Taybetiyên rêjdariyê







## CUREYÊN RÊJDARIYAN

Sê cureyên rêjdariyan hene, ew jî ev in:

### 1) Rêjdariya rast

Dema di rêjdariyekê de rêjeyek zêde bibe û bi heman rêjeyê, rêjeya din jî zêde bibe, jê re **rêjdariya rast** tê gotin.

**Mînak:**

Ji 15 kg tirî 3 kg mewîj tê bidestxistin, ji bo bidestxistina 25 kg mewîj çend kg tirî pêwîst e?

**Çareserî:**

Em destpêkê agahiyan wek li jêr rêz bikin.

Her 15 kg tirî	←————→	3 kg mewîj tîn bidestxistin
Her $x$ kg tirî	←————→	25 kg mewîj tîn bidestxistin

Ev rêzkirin rêjdariyekê pêk tîne û li gorî taybetiya hevdanên çeprast, em dikarin nirxê  $x$  bibînin.

$$x = \frac{15 \times 25}{3} = 125 \text{ kg}$$

## 2) Rêjdariya vajî

Rêjdariya ku dema rêjeyek zêde dibe, ya din jî bi heman rêjeyê kêma dibe, jê re **rêjdariya vajî** tê gotin.

## Mînak:

Çar karker xaniyekî di 5 rojan de ava dikin, pênc karker dê vî xanî di çend rojan de ava bikin?

## Çareserî:

Tê dîtina ku bi zêdebûna karkeran, dema avakirina xanî kêma dibe. Em agahiyan wek rêjdariya vajî rêz bikin.

Her 4 karker  $\longleftrightarrow$  di 5 rojan de ava dikin

Her 5 karker  $\longleftrightarrow$  di  $x$  rojan de ava dikin

Ew jî bi vî awayî tê nivîsandin  $\frac{4}{5} = \frac{5}{x}$

Û ji bo dîtina nirxê  $x$ , hevdanên çepê bi vî awayî çêdibin.

$$4 \times 5 = 5 \times x$$

$$x = \frac{4 \times 5}{5} = 4 \text{ rojan.}$$

Nîşe: Em dikarin rêjdariya vajî bi vî awayî jî bibînin.

$$\frac{a}{\frac{1}{d}} = \frac{b}{\frac{1}{c}} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Mînak:

$$\frac{4}{\frac{1}{5}} = \frac{5}{\frac{1}{x}} \rightarrow 4 \cdot 5 = 5 \cdot x \rightarrow x = 4$$

## 3) Rêjdariya hevgirtî

Rêjdariya ku ji sê rêjeyan yan jê zêdetir pêk tê, jê re **rêjdariya hevgirtî** tê gotin

## Mînak:

Bi 24 kg rîs, 6 m merşeke ku berê wê 3 m çêdibe. Bi çend kg ji heman rîsî 9 metre merşeke ku berê wê 2 m be çêdibe?

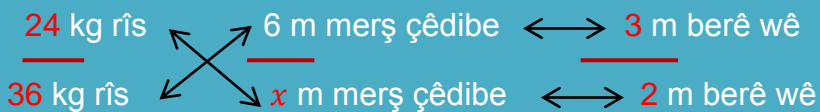
## Çareserî:

Destpêkê em agahiyan li bin hev li gorî cureyên wan rêz bikin.

24 kg rîs      6 m merş çêdibe      berê wê 3 m e.

$x$  kg rîs      9 m merş çêdibe      berê wê 2 m e.

Li vir wek tê dîtin ku rêjeya berê merş û rêjeya dirêjahiya wê rêjdariyeke vajî pêk tînin lê yê din rêjdariyên rast in. Em dikarin bi vî awayî rêjdariyê pêk bînin.



## Rêjdarî:

$$x \times 24 \times 2 = 36 \times 6 \times 3$$

$$x = \frac{36 \times 6 \times 3}{24 \times 2} = 13,5 \text{ m}$$

**Hînkirin**

- 1) Ji 12 lître şîr 3 kg penîr çêdibin.
  - a) Ji 26 lître şîr çend kg penîr çêdibe?
  - b) Ji çend lître şîr 5 kg penîr çêdibe?
- 2) Bexçeyeke ku bi du bîran di 15 demjimêran de tê avdan, heman bexçe bi çar bîran di çend demjimêran de dê were avdan?

## TAYBETIYÊN RÊJDARIYÊ

Hin ji taybetiyên rêjdariyê.

Di rêjdariyê de guhertina çeprast, rêjdariyê naguhere:

Eger  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  be, wê demê:  $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

Yan jî eger  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  be, wê demê:  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

Mînak 1:

Di rêjdariya  $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$  de, wê demê:  $\frac{9}{6} = \frac{6}{4}$

Mînak 2:

Di rêjdariya  $\frac{20}{4} = \frac{25}{5}$  de, wê demê:  $\frac{20}{25} = \frac{4}{5}$

\* Di rêjdariyê de komkirina par û paranê li parê rêjdariyê naguhere:

Eger  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  be, wê demê:  $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

\* Di rêjdariyê de komkirina par û paranê li paranê rêjdariyê naguhere:

Eger  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  be, wê demê:  $\frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$

Mînak 1:

Di rêjdariya  $\frac{12}{7} = \frac{36}{21}$  de, wê demê:  $\frac{12+7}{7} = \frac{36+21}{21}$

Mînak 2:

Di rêjdariya  $\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$  de, wê demê:  $\frac{8}{6+3} = \frac{4}{3+4}$



- ◆ Di refekî de rêjeya keçan ji ya xortan  $\frac{3}{2}$ . Eger hejmara xwendevanên vî refî 25 be, hejmara keçan û ya xortan bibîne.

## PIRSÊN BEŞA PÊNCHEM

1) Di rêjdarîyên jêr nirxê  $x$  bibîne.

a)  $\frac{9}{x} = \frac{3}{4}$

b)  $\frac{x}{14} = \frac{2}{3}$

c)  $\frac{45}{78} = \frac{x}{26}$

d)  $\frac{15}{165} = \frac{5}{x}$

2) Tirimbêla ku bi 7 lître benzîn 70 km rê diçe, wê bi 21 lître benzîn çend km rê biçe?

3) Di firneyekê de 6 karker di 3 rojan de 1500 kg nan dipêjin, 8 karker di 3 rojan de wê çend kg nan bipêjin?



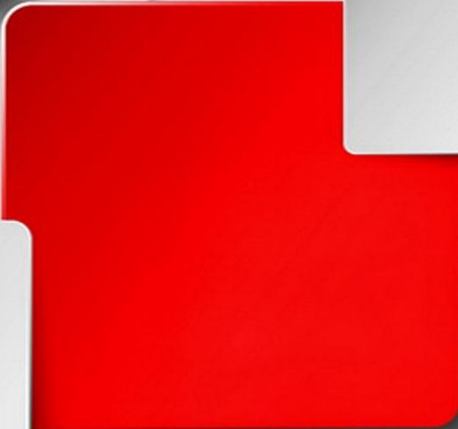
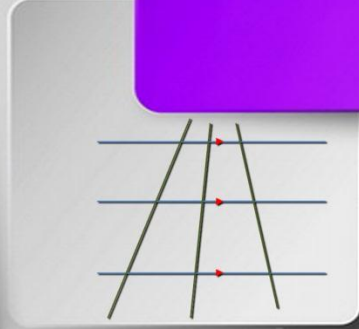


# BEŞA ŞEŞEM: RASTEKÛN PARELEL

Teoriya Talis

Teoriya Talis Di Sêgoşe De

Nîveka Qiraçê





## TEORIYA TALIS

**Teoriya Talis:**

Çend rastekên paralel li ser du rastekên ku wan dibirin parçeyên beramberî hev ku dirêjahiyên wan rêjdarîyekê pêk tînin.

**Mînak:**

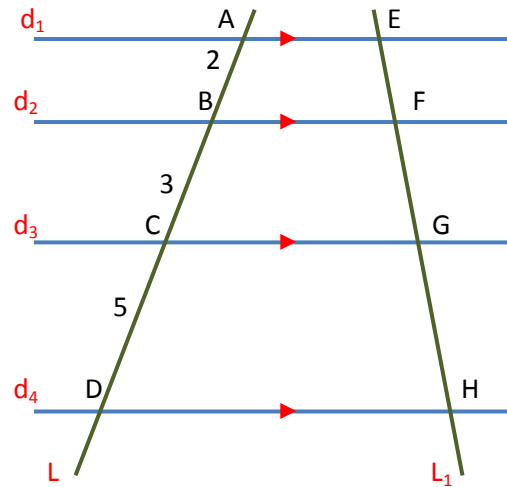
Di awayê li rexê de:

$d_1, d_2, d_3$  û  $d_4$  rastekên paralel in û  $L, L_1$  wan di xalên diyarkirî de qut dikin.

Eger:  $EH = 8$

Ji bo dîtina dirêjahiyên  $EF, FG$  û  $GH$

Li gorî Tals:



$$\frac{AB}{EF} = \frac{AD}{EH} \rightarrow \frac{2}{EF} = \frac{10}{8} \rightarrow EH = \frac{16}{10} = 1,6$$

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} \rightarrow \frac{2}{1,6} = \frac{3}{FG} \rightarrow FG = \frac{4,8}{2} = 2,4$$

$$\frac{CD}{GH} = \frac{AD}{EH} \rightarrow \frac{5}{GH} = \frac{10}{8} \rightarrow GH = \frac{40}{10} = 4$$

**Vajiyê teoriya Talis:**

Eger sê rastekên ku du ji wan paralel in hebin û li ser du rastekên ku wan dibirin parçeyên beramberî hev û dirêjahiyên wan rêjdariyekê pêk bînin. Wê demê her sê rastek paralel in.

**Mînak:**

Di awayê li rexê de tekez bike ku:  
 $AD \parallel BE \parallel CF$

**Çareserî:**

Destpêkê em rêjeyên di navbera parçeyên rastekan de bibînin.

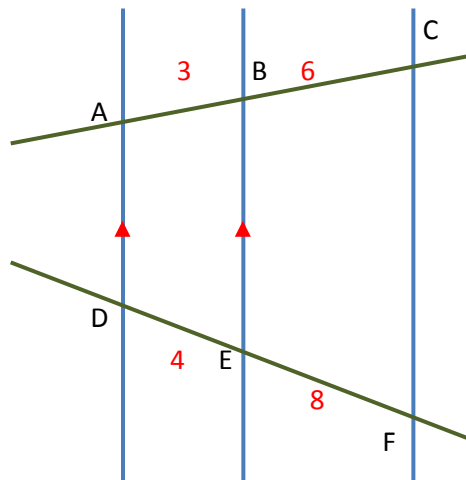
$$\frac{AB}{DE} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Wê demê:

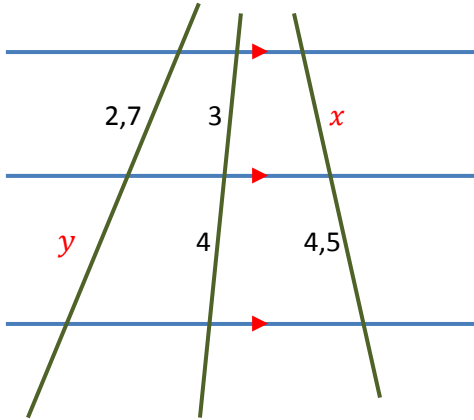
$$\frac{AB}{DE} = \frac{AB}{DE}$$

Li gorî vajiyê teoriya Talis:  $AD \parallel BE \parallel CF$

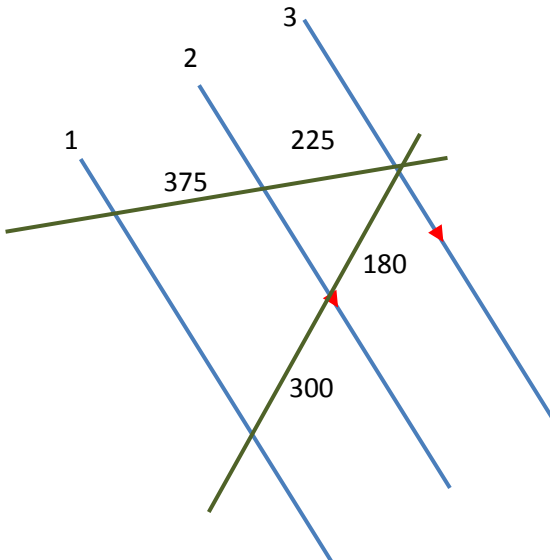


Hînkirin

1) Di awayê li jêr de nirxê  $x$  û  $y$  bibîne.



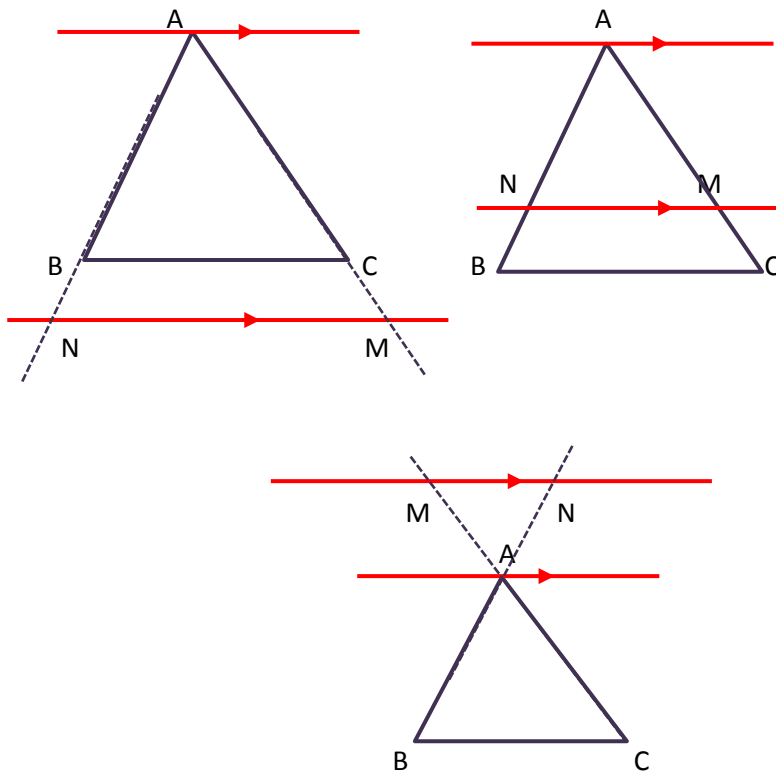
2) Di awayê li jêr tekez bike ku rastekên 1, 2 û 3 paralel in.



## TEORIYA TALIS DI SÊGOŞE DE

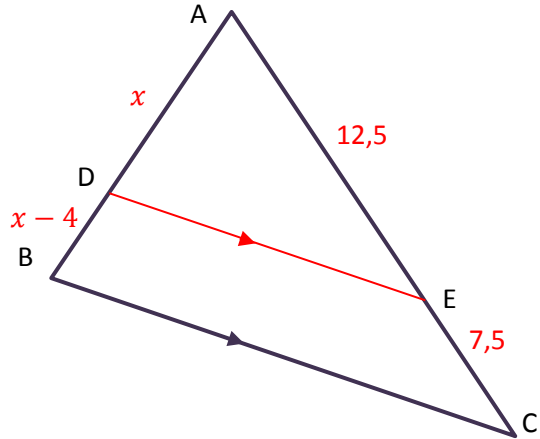
Teoriya Talis di sêgoşe de:

di sêgoşe de: Eger rastekek bi kenarekî re paralel be ku ne di goşeya beramberî wî kenarî re derbas bibe, li ser her du kenarên din yan jî li ser dirêjahia wan parçeyên beramberî hev ku rêjdariyekê pêk tînin çêdike.



**Mînak:**

Nirxê  $x$  di awayê li rexê de bibîne.



**Çareserî:**

Tê dîtin ku  $DE \parallel BC$  wê demê li gorî teoriya Talis di sêgoşe de.

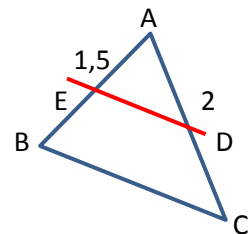
$$\frac{AD}{AE} = \frac{DB}{EC} \rightarrow \frac{x}{12,5} = \frac{x - 4}{7,5} \rightarrow x = 10$$

**Vajiyê teoriya Talis di sêgoşe de:**

Di sêgoşe de: Eger rastekek du kenaran an jî dirêjahiya wan qut bike ku parçene beramberî hev û dirêjahiya wan rêjdariyekê pêk bînin ew rastek paralelî kenarê sêyem e.

**Mînak:**

Di awayê li rexê de  $AB = 3$  û  $AC = 4$  tekez bike ku:  $ED \parallel CB$ .



**Çareserî:**

$$\frac{AD}{AE} = \frac{2}{1,5} \quad , \quad \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3} = \frac{2}{1,5}$$

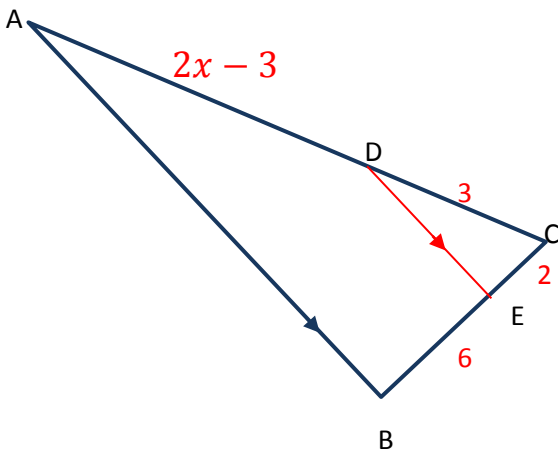
Li gorî vajiyê teoriya Talis di sêgoşe de  $ED \parallel CB$ .

Nîşe:

Di sêgoşe de: Dûrahiya xala hevbirîna her sê nîvekên kenaran ji her goşeyekê yeksanî du qatê dûrahiya wê xalê ji kenarê beramberî wê goşeyê ye.

### Hînkirin

- Di sêgoşeya jêr de nîrxê  $x$  bibîne.





## NÎVEKA QIRAÇÊ

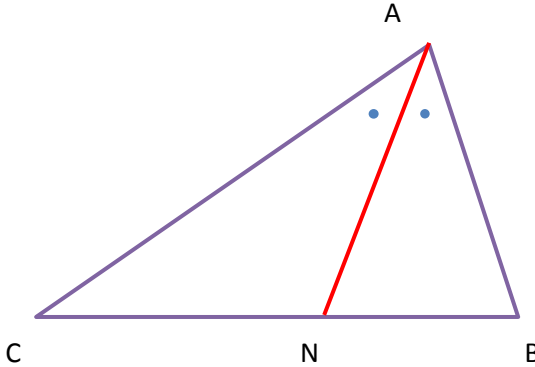
**Teorî:**

Di sêgoşeya ABC de: Eger AN nîveka qiraça A be û kenarê BC di xala N de qut bike :

$$\frac{NB}{NC} = \frac{AB}{AC}$$

**Mînak:**

Di sêgoşeya ABC de: Eger  $AB = 3$  ,  $AC = 5$  ,  $BC = 6$  û AN nîveka qiraça A be dirêjahiya NC û NB bibîne.

**Çareserî:**

Li gorî teoriya nîveka qiraçê:

$$\frac{NC}{NB} = \frac{AC}{AB} \rightarrow \frac{NC}{NB+NC} = \frac{AC}{AB+AC} \text{ ( li gorî teybetiya rêjdariyan)}$$

$$\frac{NC}{BC} = \frac{5}{3+5} \rightarrow \frac{NC}{6} = \frac{5}{8} \rightarrow NC = \frac{30}{8} = 3,75$$

$$NB = BC - NC = 6 - 3,75 = 2,25$$

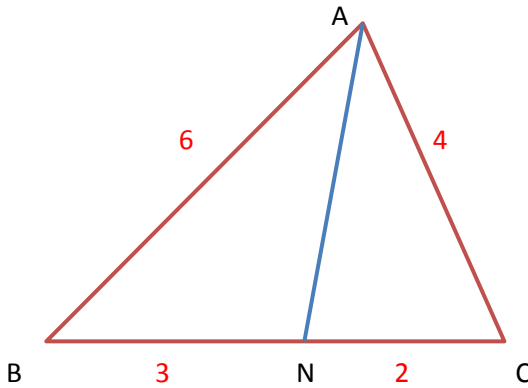
**Vajiyê teoriya nîveka qiraçê:**

Di sêgoşeya de: Eger AN kenarê BC di xala N de qut bike û  $\frac{NB}{NC} = \frac{AB}{AC}$

be, wê demê AN nîveka qiraça A ye.

**Mînak:**

Di sêgoşeya li jer de tekez bike ku AN nîveka qiraça BAC ye.



**Çareserî:**

$$\frac{NB}{NC} = \frac{3}{2}$$

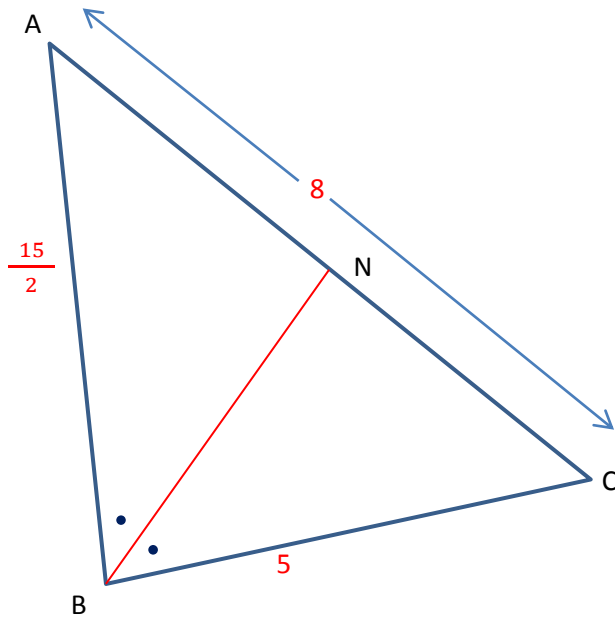
$$\frac{AB}{AC} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Tê dîtin ku:  $\frac{NB}{NC} = \frac{AB}{AC}$

Li gorî vajiyê teoriya nîveka qiraçê AN nîveka qiraça BAC.

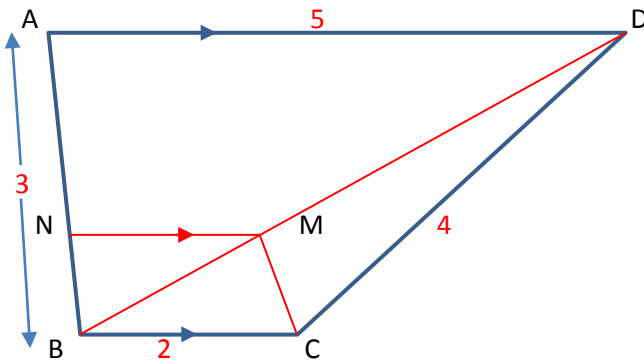
## Hînkirin

- Di sêgoşeya ABC de dirêjahiya AN , NC bibîne.

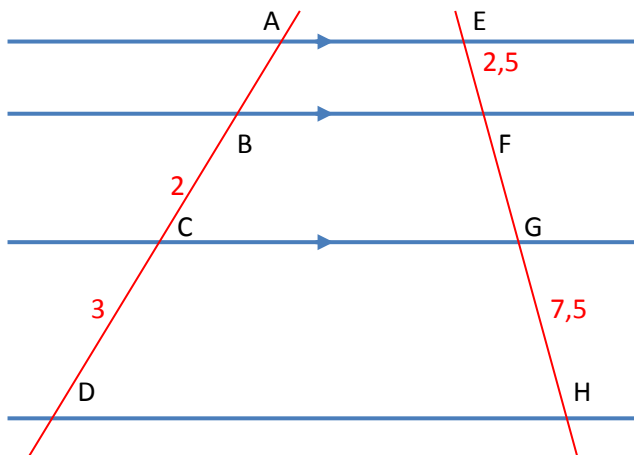


**PIRSÊN BEŞA ŞEŞEM**

- 1) Di kelkutê jêr de:  $\frac{NB}{NA} = \frac{1}{2}$  ye.  
 a) Dirêjahiya **NB** û **NA** bibîne.  
 b) Tekez bike ku **MC** nîveka qiraça **BCD** ye.



- 2) Di awayê jêr de: Eger  $AD = 6$  ,  $EH = 15$  be.  
 a) Dirêjahiya **AB** , **FG** bibîne.  
 b) Tekez bike ku  $DH \parallel CG$ .



## BEŞA HEFTEM: HEVKÊŞE

Raveyên Bîrkarî

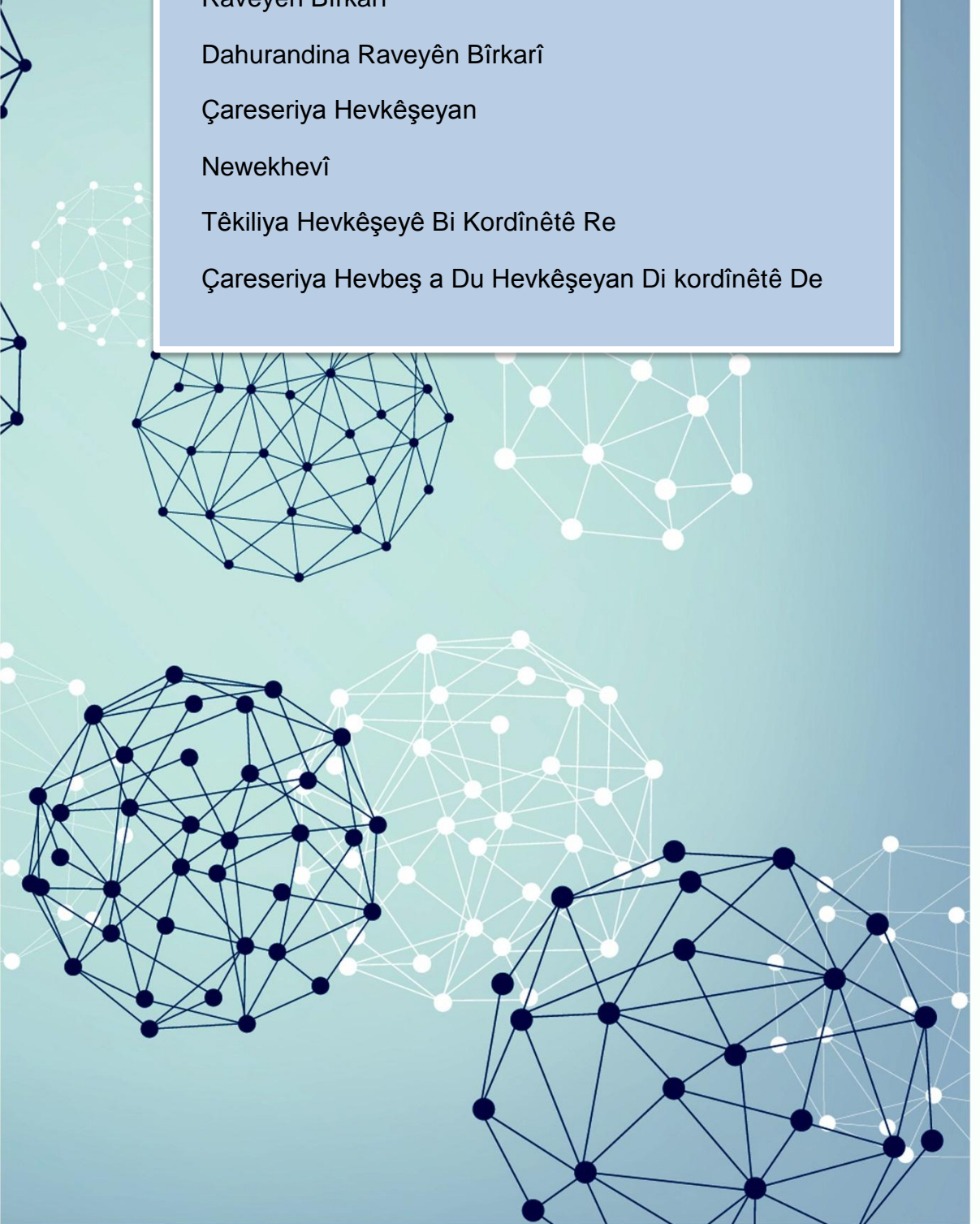
Dahurandina Raveyên Bîrkarî

Çareseriya Hevkêşeyan

Newekhevî

Têkiliya Hevkêşeyê Bi Kordînetê Re

Çareseriya Hevbeş a Du Hevkêşeyan Di kordînetê De

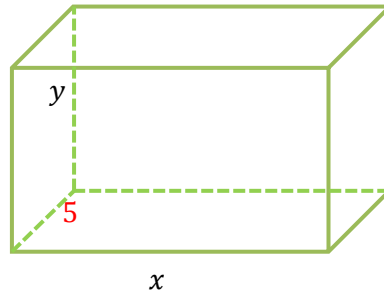




## RAVEYÊN BÎRKARÎ

Li ser awayê li rexê bihizire.

Ji vî awayî re pirîzma  
çargoşe tê gotin, qebareya  
wê bi vî awayî tê dîtin.



$$V = 5xy$$

Ji  $5xy$  re **raveya bîrkarî** tê gotin.

ji ( 5 ) re **beşa hejmarî** yê raveyê tê gotin.

ji (  $xy$  ) re **beşa tîpî** yê raveyê tê gotin.

**Karanîna hevdanê.**

$$a) x(2x + 3) = x \cdot 2x + x \cdot 3 = 2x^2 + 3x$$

$$b) -4x(-x - 1) = -4x \cdot (-x) + (-4x) \cdot (-1) = 4x^2 + 4x$$

$$c) y(5y^2 - 2x) = y \cdot 5y^2 + y \cdot (-2x) = 5y^3 - 2xy$$

**Karanîna parvekirinê.**

$$a) \frac{6x^3}{3x} = \frac{6}{3} \cdot \frac{x^3}{x} = 2 \cdot x^2 = 2x^2$$

$$b) \frac{8x^2}{2x^5} = \frac{8}{2} \cdot \frac{x^2}{x^5} = 4 \cdot \frac{1}{x^3} = \frac{4}{x^3}$$

$$c) \frac{9x^2y^2}{4x} = \frac{9}{4} \cdot \frac{x^2}{x} \cdot y^2 = \frac{9}{4} \cdot x \cdot y^2 = \frac{9}{4}xy^2$$

$$d) \frac{21x^2y + 14xy^2 + 7x^2y^2}{7xy} = \frac{21x^2y}{7xy} + \frac{14xy^2}{7xy} + \frac{7x^2y^2}{7xy} = 3x + 2y + xy$$

Ahengên damî.

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

**Mînak:**

$$1) (2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$2) (3y - x)^2 = (3y)^2 - 2 \cdot (x) \cdot (3y) + x^2 = 9y^2 - 6xy + x^2$$

$$3) (a + \sqrt{3})(a - \sqrt{3}) = (a)^2 - (\sqrt{3})^2 = a^2 - 3$$

**Nîşe:**

Ji bo rakirna kokdamê ji parana  $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$  :

Em par û paranê hevdanî  $\sqrt{5} + 1$  bikin.

$$\frac{2(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5})^2-(1)^2} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{5-1} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{4} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$





### Hînkirin

1) Encama karanînên li jêr bibîne.

a)  $-4x(-7x - 2y)$

b)  $y(7y^2 + 1)$

c)  $\frac{54x^7}{9x}$

d)  $\frac{5y^2 + 3y - 10}{15}$

2) Raveyên li jêr veke.

a)  $-2(y + 5)^2$

b)  $(5y - 1)^2$

c)  $(-3y - 7)(-3y + 7)$

## DAHURANDINA RAVEYÊN BÎRKARÎ

**Dahurandin:** Veguhertina komkirinê bi hevdanê.

Raveyên bîrkarî bi sê awayan tên dahurandin, ew jî ev in.

**1) Bi riya endamê hevbeş.**

**Mînak 1:**

Ji bo dahurandina raveya bîrkarî  $18x^5 + 30x^3y$

Endamê hevbeş a beşên hejmarî (18) û (30), hejmara 6 e.

Endamê hevbeş ji  $(x^5)$  û  $(x^3y)$  re ku beşên tîpî ne,  $x^3$ e.

Li gorî vê:

$$18x^5 + 30x^3y = 6x^3(3x^2 + 5y)$$

**Mînak 2:**

Raveya bîrkarî ya li jêr dahurîne.

$$15x^2y - 10xyz + 20xy^2$$

**Çareserî:**

$$15x^2y - 10xyz + 20xy^2 = 5xy(3x - 2z + 4y)$$

## 2) Bi riya ahengên damî.

Ew jî bi sê awayan çêdibe.

$$\text{a) } a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

**Mînak:**

$$x^2 + 6x + 9 = (x)^2 + 2 \cdot (x) \cdot 3 + 3^2 = (x + 3)^2$$

$$2y^3 + 4y^2 + 2y = 2y(y^2 + 2y + 1) = 2y(y + 1)^2$$

$$\text{b) } a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

**Mînak:**

$$x^2 - 2x + 1 = (x)^2 - 2 \cdot (x) \cdot (1) + (1)^2 = (x - 1)^2$$

$$y^2 - 12y + 36 = (y)^2 - 2 \cdot (y) \cdot (6) + (6)^2 = (y - 6)^2$$

$$\text{c) } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

**Mînak:**

$$x^2 - 25 = (x)^2 - (5)^2 = (x + 5)(x - 5)$$

$$4x^2 - 49 = (2x)^2 - (7)^2 = (2x + 7)(2x - 7)$$

## 3) Bi riya rasterast.

Dahurandina raveya bi awayê:  $x^2 + cx + d$

Çareserkirin bi vî awayî ye:  $x^2 + cx + d = (x + a)(x + b)$

Lê bi mercê:  $c = a + b$  û  $d = a \cdot b$

**Mînak 1:**

Raveya li jêr dahurîne.

$$x^2 + 8x + 15$$

**Çareserî:**

Ji ber ku  $8 = 3 + 5$  û  $15 = 3 \times 5$

$$x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5)$$

**Mînak 2:**

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

**Mînak 3:**

$$x^2 - 6x - 7 = (x - 7)(x + 1)$$



\* Raveyên jêr dahurîne.

a)  $x^2 - 5x - 20$

b)  $9y^2 - 64$

c)  $x^2 + 14x + 49$

d)  $-4x^2 - 16xy - 28$

e)  $x^2 - 11$

## ÇARESERIYA HEVKÊŞEYAN

### Mînak 1:

Hevkêşeya li jêr çareser bike.

$$\frac{3}{4} + \sqrt{7}x = \frac{5}{2}$$

### Çareserî:

$$\frac{3}{4} + \sqrt{7}x = \frac{5}{2}$$

$$\sqrt{7}x = \frac{5}{2} - \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$x = \frac{7}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{7}{4\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

### Mînak 2:

Hevkêşeya li jêr çareser bike.

$$\sqrt{3}x - 2 = x + 4$$

### Çareserî:

$$\sqrt{3}x - 2 = x + 4$$

$$\sqrt{3}x - x = 4 + 2$$

$$(\sqrt{3} - 1)x = 6$$

$$x = \frac{6}{(\sqrt{3} - 1)} = \frac{(\sqrt{3} + 1)6}{(\sqrt{3} - 1) \cdot (\sqrt{3} + 1)} = \frac{(\sqrt{3} + 1)6}{3 - 1} = 3(\sqrt{3} + 1)$$

## Mînak 3:

Hevkêşeya li jêr çareser bike.

$$\sqrt{3}x + \frac{1}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

## Çareserî:

$$\sqrt{3}x + \frac{1}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{3}x = 2\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

## Çareserîya hevkeşeyan bi riya dahurandinê.

Ev bi sê awayan pêk tê.

- 1) Bi riya endamê hevbeş.

## Mînak 1:

Hevkêşeya li jêr çareser bike

$$x^2 - 6x = 0$$

## Çareserî:

$$x(x - 6) = 0$$

Yan:  $x = 0$

Yan jî:  $x - 6 = 0 \rightarrow x = 6$

**Nîşe:**

$$a \cdot b = 0 :$$

$$\text{yan } \mathbf{a = 0} \quad \text{yan jî } \mathbf{b = 0}$$

$$x^n = 0 \rightarrow \mathbf{x = 0}$$

**Mînak 2:**

Hevkêşeya li jêr çareser bike

$$6x^4 - 2x^3 = 0$$

**Çareserî:**

$$2x^3(3x - 1) = 0$$

$$\text{Yan: } 2x^3 = 0 \rightarrow x^3 = 0 \rightarrow x = 0$$

$$\text{Yan jî: } 3x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

**2) Bi riya ahengên damî.**

**Mînak 1:**

Hevkêşeya jêr çareser bike:

$$x^2 + 10x + 25 = 0$$

**Çareserî:**

$$x^2 + 10x + 25 = 0$$

$$(x + 5)^2 = 0$$

$$x + 5 = 0$$

$$x = -5$$

**Mînak 2:**

Hevkêşeya jêr çareser bike.

$$4y^2 - 8y + 16 = 0$$

**Çareserî:**

$$4y^2 - 8y + 16 = 0$$

$$(2y - 4)^2 = 0$$

$$2y - 4 = 0 \rightarrow y = 2$$

**Mînak 3:**

Hevkêşeya jêr çareser bike.

$$x^2 - 81 = 0$$

**Çareserî:**

$$(x + 9)(x - 9) = 0$$

Yan:

$$x + 9 = 0 \rightarrow x = -9$$

Yan jî:

$$x - 9 = 0 \rightarrow x = 9$$



**3) Bi riya rasterast.****Mînak 1:**

Hevkêşeya jêr çareser bike.

$$x^2 - 13x + 42 = 0$$

**Çareserî:**

$$x^2 - 13x + 42 = 0$$

$$(x - 6)(x - 7) = 0$$

Yan:

$$x - 6 = 0 \rightarrow x = 6$$

Yan jî:

$$x - 7 = 0 \rightarrow x = 7$$

**Mînak 2:**

Hevkêşeya jêr çareser bike.

$$x^2 - 4x - 45 = 0$$

**Çareserî:**

$$x^2 - 4x - 45 = 0$$

$$(x - 9)(x + 5) = 0$$

Yan:

$$x - 9 = 0 \rightarrow x = 9$$

Yan jî:

$$x + 5 = 0 \rightarrow x = -5$$

**Çareseriya girêftariyan bi riya hevkeşeyan.**

**Mînak:**

Eger dirêjahiya kenarê damekê bi  $2m$  zêde bibe, rûberê wê bi  $24m^2$  zêde dibe.

Dirêjahiya kenar bibîne.

**Çareserî:**

Eger dirêjahiya kenar  $x$  be, rûber yeksanî  $x^2$  e.

Lê bi zêdekirna dirêjahiya kenar bi du metran rûber bi vî awayî tê nivîsandin.

$$(x + 2)^2 = x^2 + 24$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 24$$

$$x^2 - x^2 + 4x = +24 - 4$$

$$4x = +20$$

$x = 5$  m dirêjahiya kenarê demê ye.

**Hînkirin**

**1) Hevkeşeyên li jêr çareser bike.**

a)  $\sqrt{5}x - 4 = 2x$

b)  $x^2 - 15x + 56 = 0$

c)  $9x^2 - 16 = 0$

d)  $-4x^2 - 28x = 0$

2) Du hejmar in, ferqa wan  $3$  û ferqa dama her duyan  $21$  e. Her du hejmaran bibîne.

## NEWEKHEVÎ

Newekhevî: Hevrûkirina di navbera du raveyên bîrkarî de bi karanîna van sembolan  $>$  *mezin* ,  $<$  *biçûk*

$\geq$  *mezin an jî yeksan* ,  $\leq$  *biçûk an jî yeksan*

## Mînak:

- $3x - 5 \leq 3$
- $x + 5 > 0$

## Taybetiyên newekheviyan.

● Eger  $a, b, c \in R$  û  $a > b$  be:

$$a + c > b + c$$

$$a - c > b - c$$

Komkirin an jî derxistina her du aliyên newekheviyekê bi heman hejmarê re, newekhevî nayê guhertin.

## Mînak:

$$* \quad 12 > 4 \quad \rightarrow \quad 12 + 5 > 4 + 5 \quad \rightarrow \quad 17 > 9$$

$$* \quad -5 < 6 \quad \rightarrow \quad -5 - 7 < 6 - 7 \quad \rightarrow \quad -12 < -1$$

● Eger  $a, b \in R, c > 0$  û  $a > b$  be:

$$a \cdot c > b \cdot c$$

$$a \div c > b \div c$$

Hevdan an jî parvekirina her du aliyên newekheviyekê bi heman hejmara pozîtîv re, newekhevî nayê guhertin.

Mînak:

$$* 11 > -4 \rightarrow 11 \times 2 > -4 \times 2 \rightarrow 22 > -8$$

$$* 24 < 36 \rightarrow 24 \div 6 < 36 \div 6 \rightarrow 4 < 6$$

● Eger  $a, b \in R, c < 0 \hat{u} a > b$  be:

$$a \cdot c < b \cdot c$$

$$a \div c < b \div c$$

Hevdan an jî parvekirina her du aliyên newekheviyekê bi heman hejmara negetîv re, newekhevî tê guhertin.

Mînak:

$$* -10 < -3 \rightarrow -10 \times (-8) > -3 \times (-8) \rightarrow +80 > +24$$

$$* 15 > 5 \rightarrow 15 \div (-5) < 5 \div (-5) \rightarrow -3 < -1$$

Çareseriyên newekheviyan.

$$1) x + a > b \rightarrow x > b - a$$

Mînak:

$$* x + 5 < -11 \rightarrow x < -11 - 5 \rightarrow x < -16$$

$$* y - 15 < -7 \rightarrow y < -7 + 15 \rightarrow y < 8$$

$$2) ax < b \rightarrow x < \frac{b}{a}$$

Mînak:

$$* -7x + 10 \geq -4 \rightarrow -7x \geq -14 \rightarrow x \geq \frac{-14}{-7} \rightarrow x \leq 2$$

$$* 9y < 18 \rightarrow y < \frac{18}{9} \rightarrow y < 2$$

3) Eger  $a \neq \frac{x}{a} > b \rightarrow x > a.b$

Mînak:

\*  $\frac{x}{12} > -10 \rightarrow x > 12 \times (-10) \rightarrow x > -120$

\*  $\frac{6x}{8} \leq 3 \rightarrow 6x \leq 8 \times 3 \rightarrow 6x \leq 24 \rightarrow x \leq 4$

**Hînkirin**

\* Newekheviyên li jêr çareser bike.

a)  $-3x - 5 > 22$

b)  $2x - 6x < 12$

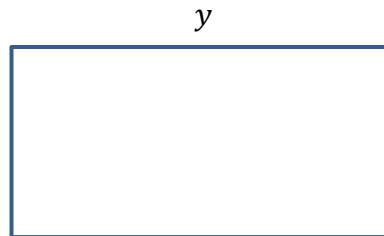
c)  $y + 11 \geq -9$

## TÊKILIYA HEVKÊŞEYÊ BI KORDÎNÊTÊ RE

**Hevkêşeya bi du nenasan.**

Li ser awayê li rexê bihizire.

Eger derdorê vî milkêşî ( 16 cm )  
be, em dikarin bi vî awayî  
binvîsin.



$$2x + 2y = 16$$

Ew jî hevkeşeyeke bi du nenasan e. Eger dirêjahiya milkêş (5 cm)  
be, wê demê firehî bi vî awayî tê dîtin.

$$2x + 2(5) = 16 \rightarrow 2x + 10 = 16 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3 \text{ cm}$$

Li gorî vî her hevkeşeyeke bi du nenasan çareserîya wê cotek  
hejmar e.

### Mînak:

Li gorî nirxê  $x$  yê ku hatî dayîn nirxê  $y$  bibîne.

$$x - 3y = 2$$

$$\text{Eger } x = 5$$

Wê demê:

$$5 - 3y = 2 \rightarrow -3y = -3 \rightarrow y = 1$$

Ango: çareserî ( 5, 1 ) e.

## Girafîka hev kêşeyê li ser kordînêtê

Mînak:

Li gorî nirxê  $x$  yê ku hatî dayîn nirxê  $y$  bibîne.

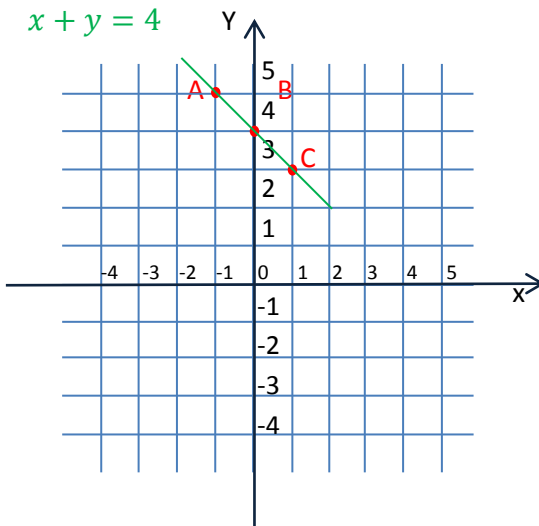
$$x + y = 4$$

Çareserî:

Nirxê $x$	Nirxê $y$
-1	5
0	4
1	3

Em van nirxan li ser kordînêtê nîşan bikin.

A(-1, 5), B(0, 4), C(1, 3)



Tê dîtin ku ev her sê xal rastekekê li ser kordînêtê diyar dikin.

## Cureyên girafîka hevkeşeyan li gorî awayê wan

Eger  $m \hat{u} p \in R$  bin.

1) Hevkeşeya bi awayê  $y = mx$

Girafîka her hevkeşeyeke bi vî awayî, rastekeke ku di navenda kordînetê re derbas dibe.

Meyla rastekê jî  $m$  ye.

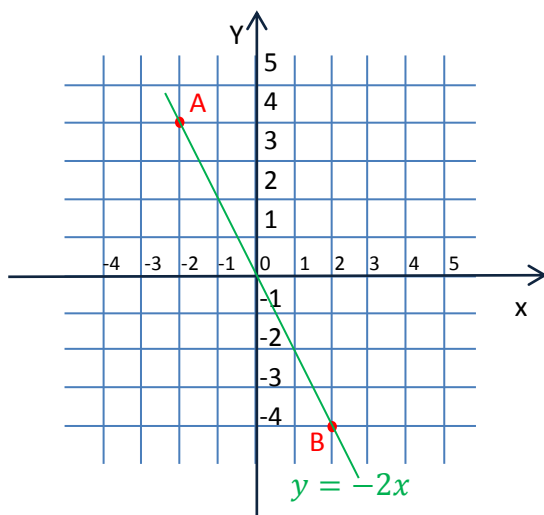
## Mînak:

Girafîka hevkeşeya jêr li ser kordînetê xêz bike.

$$y = -2x$$

Nirxê $x$	Nirxê $y$
-2	4
2	-4

Em niha van xalan li ser kordînetê nîşan bikin  $A(-2, 4)$ ,  $B(2, -4)$





- 2) Hevkêşeya bi awayê:  $y = mx + p$   
 Girafîka her hevkeşeyeke bi vî awayî, rastekeke ku di navenda kordînatê re derbas nabe.  
 Meyla rastekê jî  $m$  ye.

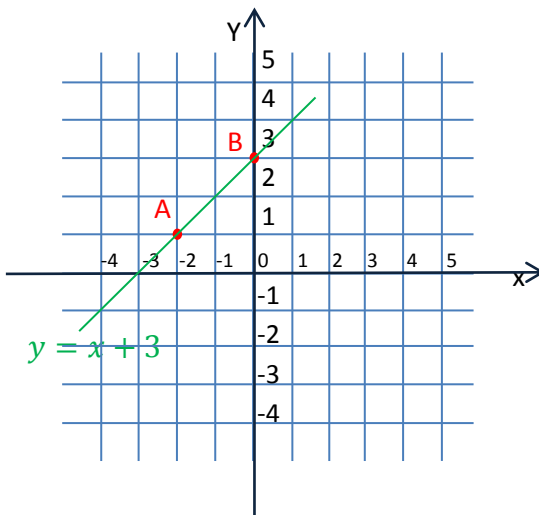
## Mînak 1:

Girafîka hevkeşeya jêr li ser kordînatê xêz bike.

$$y = x + 3$$

Nirxê $x$	Nirxê $y$
-1	2
0	3

Em niha van xalan li ser kordînatê nîşan bikin A( -1, 2) , B( 0, 3)



## Mînak 2:

Girafîka hevkeşeya jêr li ser kordînetê xêz bike.

$$x - 2y = 6$$

Destpêkê em hevkeşeyê vegeînin awayê.

$$y = mx + p$$

$$x - 2y = 6 \rightarrow -2y = -x + 6 \rightarrow y = \frac{-1}{-2}x + \left(\frac{6}{-2}\right)$$

$$y = \frac{1}{2}x - 3$$

Nirxê $x$	Nirxê $y$
0	-3
2	-2

Bi nîşankirina van xalan li ser kordînetê em dikarin rastekekî xêz bikin, ew jî girafîka vê hevkeşeyê ye.

3) Hevkeşeya bi awayê:  $x = p$

Girafîka her hevkeşeyêke bi vî awayê li jor, rastekeke paralelî tewariya  $Y$ . Meyla rastekekê jî 0 e.

## Mînak:

Girafîka hevkeşeya jêr li ser kordînetê xêz bike.

$$4x - 8 = 0$$

Destpêkê em hevkeşeyê vegeînin awayê:  $x = p$

$$4x - 8 = 0$$

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

4) Hevkêşeya bi awayê:  $y = p$

Girafîka her hevkêşeyêke bi vî awayê li jor, rastekeke paralelî tewareya  $X$  e. Meyla rastekê jî  $0$  e.

**Mînak:**

Girafîka hevkêşeya jêr li ser kordînatê xêz bike.

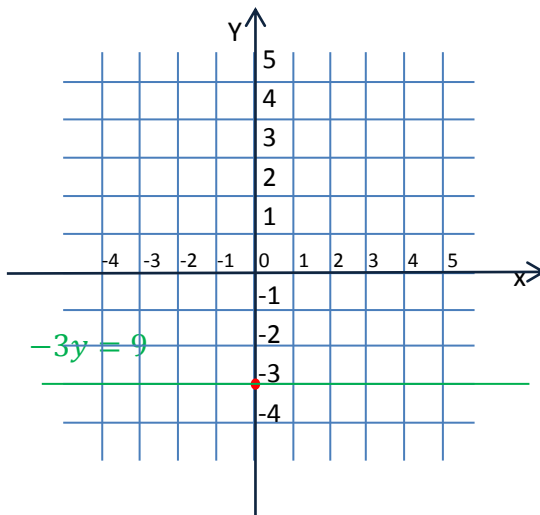
$$-3y = 9$$

Destpêkê em hevkêşeyê vegeînin awayê:  $y = p$

$$-3y = 9$$

$$y = -3$$

Em niha vê xalê li ser kordînatê nîşan bikin.



**Nîşe:**

- Eger meylên du rastekan yeksan bin, her du rastek li ser kordînêtê paralel in.
- Eger her du aliyên hev kêşeyê bi heman hejmarî re bèn hevdan, girafîka li ser kordînêtê nayê guhertin.

**Mînak:**

Tekez bike ku girafîka her du hev kêşeyên li jêr du rastekên paralel in.

$$(1) \quad x - 2y = 4 \quad , \quad (2) \quad y = \frac{1}{2}x + 3$$

**Çareserî:**

$$(1) \quad x - 2y = 4$$

$$-2y = -x + 4 \quad (\text{em her du aliyên belavî } -2 \text{ bikin})$$

$$y = \frac{1}{2}x - 2 \quad \text{meyla (1)} = \frac{1}{2}$$

$$(2) \quad y = \frac{1}{2}x + 3 \quad \text{meyla (2)} = \frac{1}{2}$$

Tê dîtin ku meylên her du hev kêşeyan yeksan in, li gorî vê her du rastekên paralel in.

**Hînkirin**

- 1) Eger rastekeke li ser kordînatê be ku hevkeşeya girêdayî

wê:

$$2x + y - 3 = 0$$

a) Meyla vê rastekê bibîne.

b) Rastekê li ser kordînatê xêz bike.

- 2) Tekez bike ku girafîka her du hevkeşeyên li jêr du rastekên paralel in.

$$(1) \quad 6x + 2y = 8 \quad , \quad (2) \quad y = -3x + 2$$

## ÇARESERIYA HEVBEŞ A DU HEVKÊŞEYAN DI KORDÎNÊTÊ DE

**Destpêkê em fêrî çareseriya hevbeş a du hevkeşeyan bibin.**

Di her du hevkeşeyên li jêr de, çareseriya hevbeş bibîne.

$$(1) \quad x + y = 1$$

$$(2) \quad 3x + y = 5$$

**Çareserî:**

Despêkê em ji hevkeşeya (1) nixê  $x$  bibînin.

$$x + y = 1 \quad \rightarrow \quad x = 1 - y \quad (3)$$

Piştê em nixê  $x$  di hevkeşeya (2) de bi cih bikin.

$$3x + y = 5$$

$$3(1 - y) + y = 5$$

$$3 - 3y + y = 5$$

$$-2y = 5 - 3$$

$$-2y = 2 \quad \rightarrow \quad y = -1$$

$$\text{Lê li gorî (3) } x = 1 - y \quad \rightarrow \quad x = 1 - (-1) = 2$$

Çareseriya hevbeş  $x = 2$ ,  $y = -1$  yan jî  $(2, -1)$

**Mînak:**

Di her du hevkeşeyên li jêr de, çareserîya hevbeş bibîne.

$$(1) \quad x + y = 13$$

$$(2) \quad 2x + y = 5$$

**Çareserî:**

Destpêkê em ji hevkeşeya (1) nîrxê  $x$  bibînin.

$$x + y = 13 \quad \rightarrow \quad x = 13 - y \quad (3)$$

Piştê em nîrxê  $x$  di hevkeşeya (2) de bi cih bikin.

$$2x + y = 5$$

$$2(13 - y) + y = 5$$

$$26 - 2y + y = 5$$

$$-y = 5 - 26$$

$$-y = -21 \quad \rightarrow \quad y = 21$$

$$\text{Lê li gorî (3) } x = 13 - y \quad \rightarrow \quad x = 13 - 21 = -8$$

Çareserîya hevbeş  $x = -8$ ,  $y = 21$  yan jî **(-8, 21)**

**Çareserîya du hevkeşeyan di kordînatê de.**

Ji bo dîtina çareserîya hevbeş a du hevkeşeyan di kordînatê de, em destpêkê girafîka her du hevkeşeyan li ser kordînatê ku du rastek in, xêz bikin, xala hevqetandina her du rastekan çareserîya hevbeş a her du hevkeşeyan e.

Mînak:

Çareseriya hevbeş a her du hevkêşeyên li jêr li ser kordînatê bibîne.

$$(1) \quad x + 2y = 6 \qquad (2) \quad 2x - y = 2$$

Çareserî:

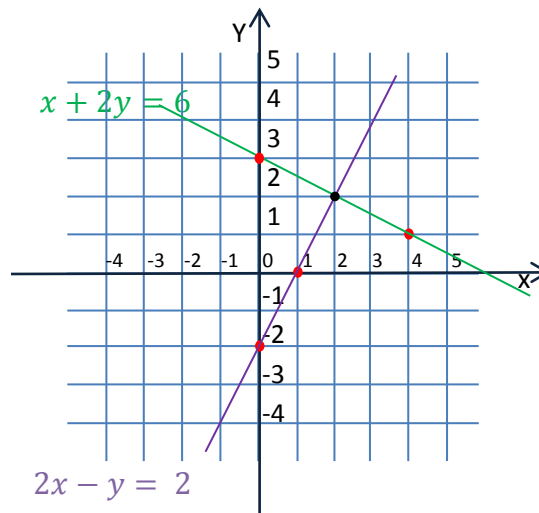
Em girafîka her du hevkêşeyan li ser kordînatê xêz bikin.

Ji bo hevkêşeya (1)

Nirxê $x$	Nirxê $y$	$(x, y)$
4	1	(4,1)
0	3	(0,3)

Ji bo hevkêşeya (2)

Nirxê $x$	Nirxê $y$	$(x, y)$
0	-2	(0, -2)
1	0	(1,0)



Weke tê dîtin xala  $(2, 2)$  çareseriya hevbeş a her du hevkêşeyan e.



**Hînkirin**

- Ji bo her cotek ji hev kêşeyên li jêr, çareserîya hevbeş bibîne û girafîka wê li ser kordînatê xêz bike.

a) (1)  $x - 1 = 0$

(2)  $y - x + 2 = 0$

b) (1)  $y = x$

(2)  $2x + y = 0$

c) (1)  $2x + 3y = 5$

(2)  $x - 2y = -1$

## PIRSÊN BEŞA HEFTEM

- 1) Yek ji van xalên li jêr çareseriya hevkêşeya  $2x + y = 2$  kîjan e?  $A(1, 0)$  ,  $B(-1, 2)$  ,  $C(2, 5)$
- 2) Ji van hevkêşeyên li jêr girafîka kîjanê di navenda kordînatê re derbas dibe?
  - d<sub>1</sub>:  $-4x + y = 1$
  - d<sub>2</sub>:  $x - y = 5$
  - d<sub>3</sub>:  $y = x$
- 3) Di hevkêşeya  $y = mx + 1$  de:
  - a) Nirxê  $m$  bibîne ta ku rasteka wê di xala  $A(-1, 2)$  re derbas bibe.
  - b) Eger  $m = -1$  be, rastekê di kordînatê de xêz bike.
- 4) Çareseriya hevbeş a her du hevkêşeyên li jêr bibîne.
  - (1)  $y + 2x = 5$
  - (2)  $x - 2 = 0$

## **BEŞA HEŞTEM: WEKHEVIYA PIRGOŞEYAN**

Wekheviya Pirgoşeyan

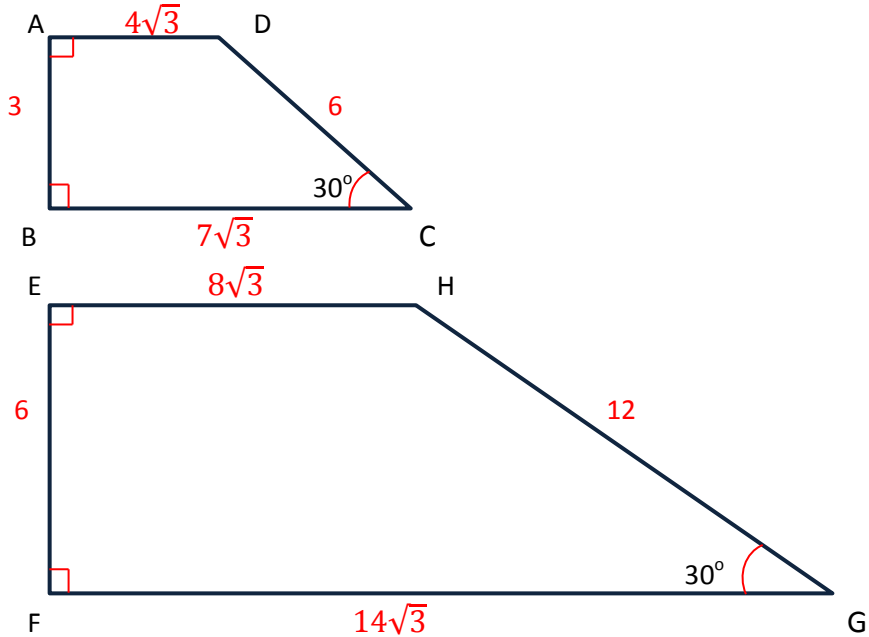
Teoriya Wekheviya Sêgoşeyan

Pîvana Ji Dûr Ve



## WEKHEVIYA PIRGOŞEYAN

Li ser her du awayên li jêr bihizire.



Di van her du awayên li jor de.

$$\frac{AB}{EF} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BC}{FG} = \frac{7\sqrt{3}}{14\sqrt{3}} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{CD}{GH} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{DA}{HE} = \frac{4\sqrt{3}}{8\sqrt{3}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Li gorî agahiyên li jor:

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} = \frac{1}{2} \quad \hat{A} = \hat{E}, \hat{B} = \hat{F}, \hat{C} = \hat{G}, \hat{D} = \hat{H}$$

Em ji her du awayên ABCD û EFGH re dibêjin: wekhev in.

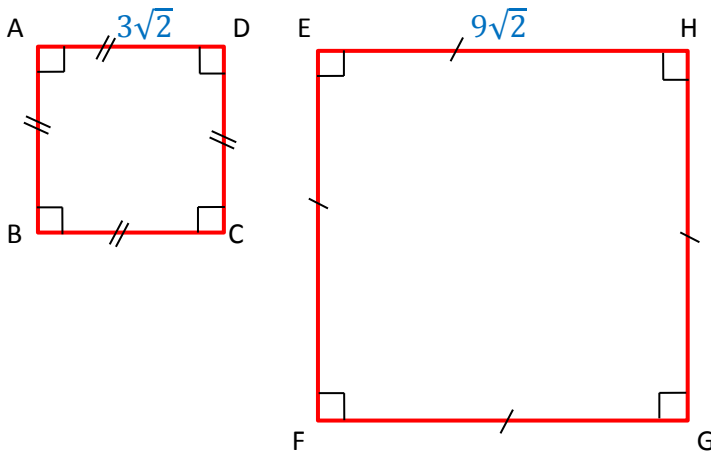
Mercên wekheviya du pirgoşeyan ev in:

- Pîvana qiraçên wan yên beramber wekhev bin.
- Dirêjahiya kenarên beramberî hev rêjdariyekê pêk bînin.

Rêjeya di navbera her du kenaran de, jê re **rêjeya wekheviyê** tê gotin.

### Mînak:

Li ser her du damên li jêr bihizire, wekhev in an na?



### Çareserî:

Li gorî agahiyên di awayan de:

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} = \frac{3\sqrt{2}}{9\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\hat{A} = \hat{E} = \hat{B} = \hat{F} = \hat{C} = \hat{G} = \hat{D} = \hat{H} = 90^\circ$$

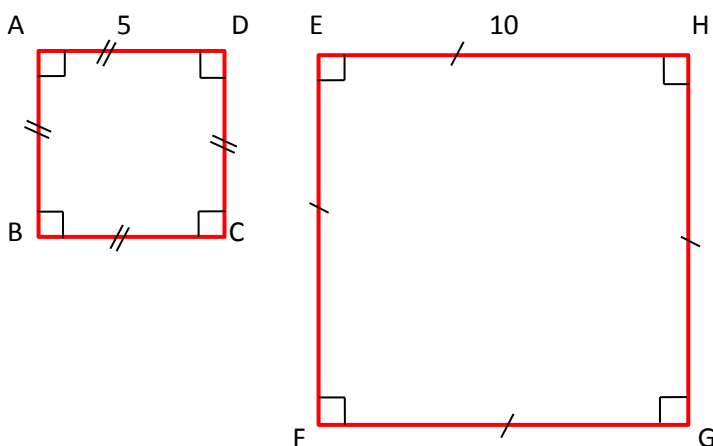
Her du dam wekhev in.

Nîşe:

- Eger hejmara kenarên du pirgoşeyên bi rêk û pêk wek hev bin; her du pirgoşe wekhev in.
- Pirgoşeyên yeksan; wekhev in.
- Eger du pirgoşe bi pirgoşeya siyem re wekhev bin; her du pirgoşe wekhev in.

Têkiliya di navbera derdor û rûberê du pirgoşeyên wekhev de.

Li ser awayê li jêr bihizire.



Her du damên li jêr wekhev in, ji ber ku.

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\hat{A} = \hat{E} = \hat{B} = \hat{F} = \hat{C} = \hat{G} = \hat{D} = \hat{H} = 90^\circ$$

$$\text{Rêjeya wekheviyê } \hat{j} = \frac{1}{2}$$

Lê gava em rêjeya di navbera derdor û rûberê wan de bibînin.

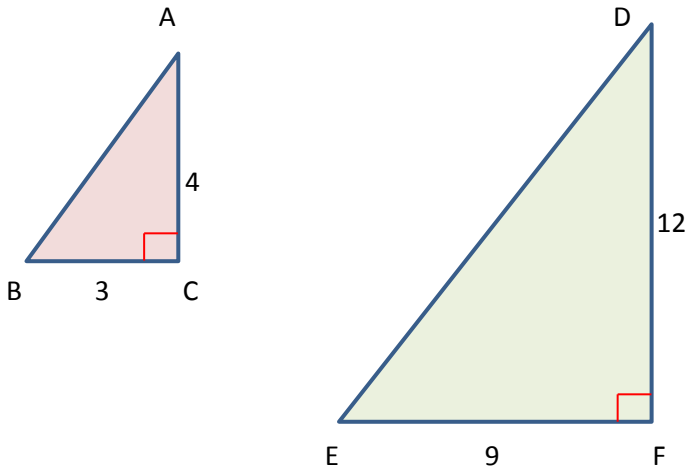
$$\frac{\text{Derdorê } ABCD}{\text{Derdorê } EFGH} = \frac{5 \times 4}{10 \times 4} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2} \text{ (Rêjeya wekheviyê ye)}$$

$$\frac{Rûberê ABCD}{Rûberê EFGH} = \frac{5^2}{10^2} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ (Dama rêjeya wekheviyê)}$$

- Rêjeya di navbera derdora du pirgoşeyên wekhev, yeksanî rêjeya wekheviya her du pirgoşeyan e.
- Rêjeya di navbera rûberê du pirgoşeyên wekhev, yeksanî dama rêjeya wekheviya her du pirgoşeyan e.

### Mînak:

Her du sêgoşeyên li jêr wekhev in. Rêjeya di navbera derdor û rûberê wan de bibîne.



### Çareserî:

$$\text{Rêjeya wekheviyê} = \frac{1}{3}$$

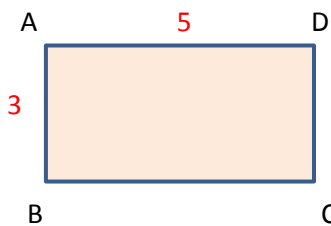
$$\text{Rêjeya her du derdoran} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Rêjeya her du rûberan} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$



## Hînkirin

\* Di her du milkêşên li jêr de.



- Rêjeya wekhevîyê bibîne.
- Rêjeya di navbera derdora wan de bibîne.
- Rêjeya di navbera rûberê wan de bibîne.

## TEORIYA WEKHEVIYA SÊGOŞEYAN

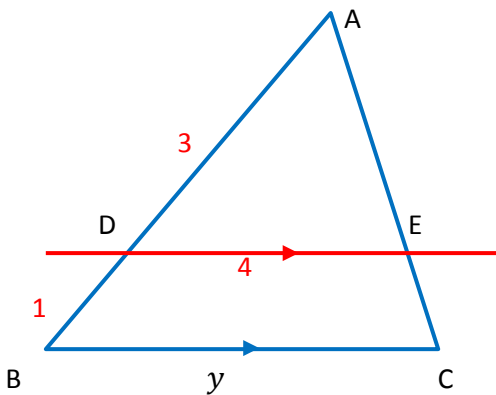
Teorî:

Di sêgoşeyê de:

Eger rastekek bi kenarekî re paralel be ku di goşeya beramberî wî kenarî re derbas nebe û her du kenarên din an jî dirêjahiya wan qut dike, sêgoşeyekî çêdike ku bi sêgoşeya bingehîn re wekhev e.

Mînak:

Li ser awayê li jêr bihizire û nîrxê  $y$  bibîne .



Çareserî:

Di her du sêgoşeyên ABC û ADE de  $DE \parallel BC$ , li gorî teoriya bingehîn a wekheviya du sêgoşeyan, her du sêgoşeyan wekhev in

Li gorî vê:

$$\begin{matrix} ABC \\ ADE \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} ABC \\ ADE \end{matrix}} \right\} \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$$

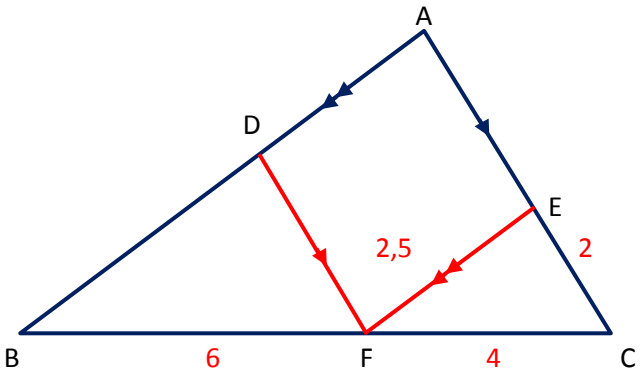
$$\frac{4}{3} = \frac{y}{4} = \frac{AC}{AE}$$

Li gorî vê:  $y = \frac{4 \times 4}{3} = \frac{16}{3}$

Ji bo rastnivîsandina rêjdariya wekheviya sêgoşeyan, em destpêkê her du sêgoşeyan li gorî yeksanîbûna qiraçan li bin hev rêz bikin weke di mînakê de:  $\frac{ABC}{ADE}$  piştê em rêjdariyê li gorî tîpan rêz bikin weke di mînakê de:  $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$

**Hînkirin**

● Di sêgoşeya li jêr de.

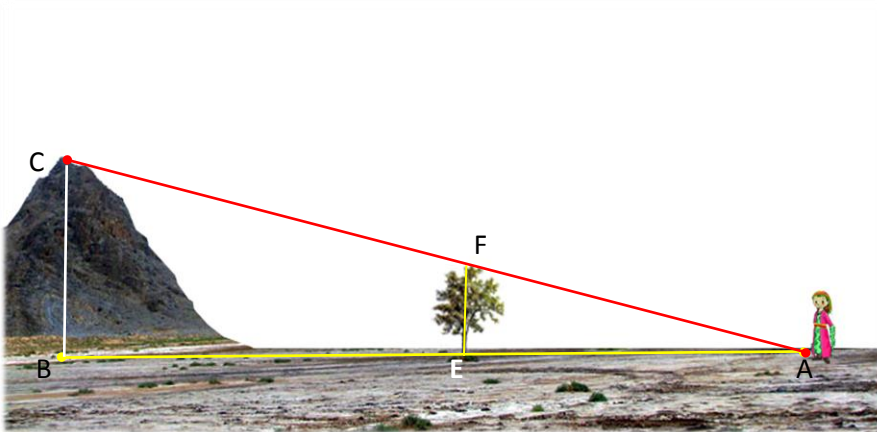


- a) Tekez bike ku  $\triangle FDB \hat{=} \triangle FEC$  wekhev in.
- b) Derdora  $\triangle FDB$  bibîne.

## PÎVANA JI DÛR VE

## Mînak:

Narîn li xala A ye ku li girekî temaşe dike û di navbera wê û gir de darek jî heye (li gorî wêneya li jêr) bilindahiya gir bibîne.



$$AC = 5000 \text{ m} , AF = 500 \text{ m} , FE = 9 \text{ m}$$

Her du rastekên CB û FE li ser AB tîk in li gorî vê  $CB \parallel FE$

Li gorî teoriya wekheviya sêgoşeyan.

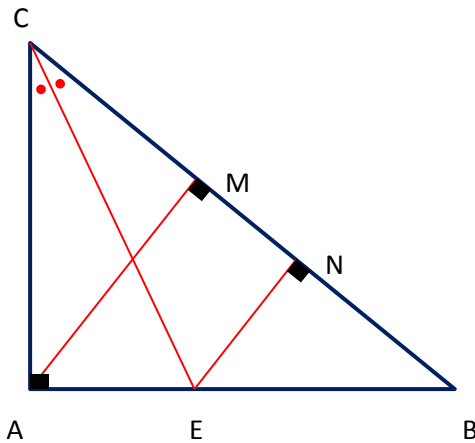
$$\frac{ABC}{AEF} \Bigg) \frac{AB}{AE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{AF}$$

$$\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{AF} \rightarrow \frac{BC}{9} = \frac{5000}{500}$$

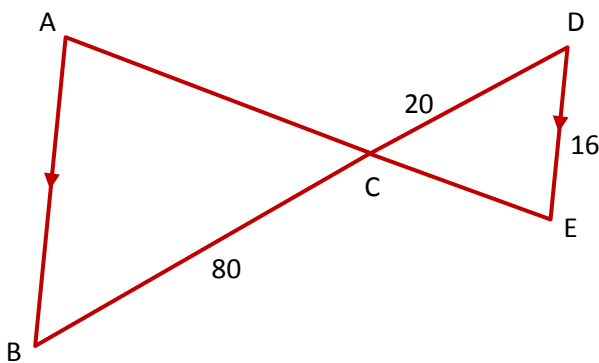
$$BC = \frac{5000 \times 9}{500} = 90 \text{ m}$$

## PIRSÊN BEŞA HEŞTEM

- 1) Di sêgoşeya ABC de ( CN ) nîveka qiraça C ye,  $AC = 6$  cm  
 û  $AB = 8$  cm.



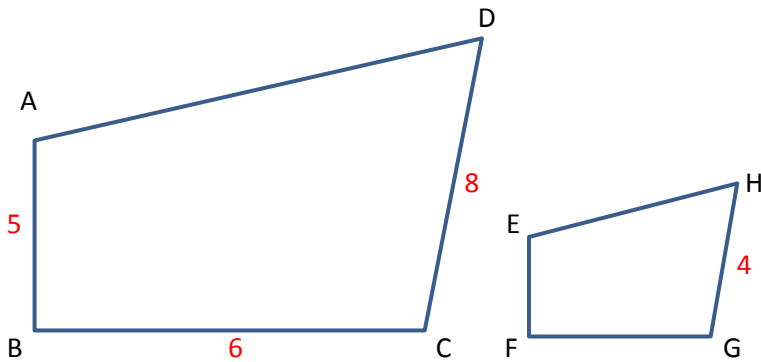
- a) Dirêjahiya AM û BC bibîne.  
 b) Dirêjahiya NE, EB û CE bibîne.
- 2) Di awayê jêr de  $AB$  û  $CE$  bibîne.



3) Du sêgoşeyên hemkenar in, dirêjahiya kenarê yê yekem 2 cm e û yê duyem 3 cm e.

- Her du sêgoşeyan xêz bike.
- Rêjeya di navbera kenaran de bibîne.
- Rêjeya di navbera derdorên de bibîne.
- Rêjeya di navbera rûberan de bibîne.

4) Di her du awayên jêr yê wêkhev de.



- Rêjeya wêkheviyê bibîne.
- Dirêjahiya EF û FG bibîne.



# BEŞA NEHEM: FUNKISYON

Funkisyonên Hejmarî

Giravîka Funkisyon







## FUNKISYONÊN HEJMARÎ

### Funksiyon:

Eger buhayê kîloyek sêv 250 lîre be, wê demê em dikarin tabloyekî bi vî awayî çêkin.

Komika **X** hejmarên kîloyên sêvan diyar dike.

Komika **Y** buhayên kîloyên sêvan diyar dike.

<b>X</b>	<b>Y</b>
3	750
4	1000
5	1250
	2000

Tê dîtî ku:

buhayên kîloyên sêvan girêdayî hejmarên kîloyan e.

Her endamek ji komika **X** girêdayî endamekî tenê ji komika **Y**.

Em dikarin vê girêdanê bi awayê ravayeke bîrkarî binivîsin.

$$f: X \rightarrow Y: x \rightarrow f(x) = 250x$$

**Funksiyon bi vî awayî tê nivîsandin:  $f: D \rightarrow R: x \rightarrow f(x)$**

- ◆ Em ji  $D$  re dibêjin: Komika endamên funksiyonê.
- ◆ Em ji  $R$  re dibêjin: komika nirxên  $f(x)$ .
- ◆ Em ji  $f(x)$  re dibêjin: nirxê funksiyonê li gorî  $x$ .

## Mînak 1:

Eger  $f$  funksiyonek be ku di  $D = [0, +\infty[$  de tê naskirin li gorî:

$$f: D \rightarrow R : x \rightarrow f(x) = \sqrt{x}$$

- $D = [0, +\infty[$  : Ji ber ku funksiyon ji kokdamekê pêk tê komika endamên wî tenê hejmarên pozîtîf in.
- $R$ : ji ber ku em çî nirxî bidin  $x$  wê nirxê  $f(x)$  ji komika  $R$  be.

Em dikarin nirxên  $f(x)$  li gorî nirxên  $x$  yên hatî dayîn weke mînaka li jêr bibînin.

$$x = 4 \rightarrow f(4) = \sqrt{4} = 2$$

$$x = 3 \rightarrow f(3) = \dots\dots\dots$$

$$x = 25 \rightarrow f(25) = \dots\dots\dots$$

$$x = 0,49 \rightarrow f(0,49) = \dots\dots\dots$$

**Hin cureyên funksiyonan:**

- 1) Funksiyona ku bi awayê li jêr tê nivîsîn.

$$f: R \rightarrow R : x \rightarrow f(x) = ax + b$$

Tê dîtîn ku  $f(x)$  bi hev kêşeyeke ji pileya yekem.

- Dema  $b = 0$  wê demê  $f(x) = ax$
- Dema  $b = 0$  û  $a = 1$  wê demê  $f(x) = x$
- Dema  $a = 0$  wê demê  $f(x) = b$

## Mînak:

Eger  $f$  funksiyonek be ku di  $R$  de tê naskirin li gorî:

$$f: R \rightarrow R : x \rightarrow f(x) = 2x + 5$$

- a)  $f(-7)$ ,  $f(0)$ ,  $f(\sqrt{5})$  bibîne.
- b) Eger  $f(x) = -1$  be nirxê  $x$  bibîne.

Çareserî:

$$a) f(-7) = 2(-7) + 5 = -9$$

$$f(0) = 5$$

$$f(\sqrt{5}) = 2\sqrt{5} + 5$$

$$b) f(x) = -1 \rightarrow 2x + 5 = -1 \rightarrow 2x = -6 \rightarrow x = -3$$

2) Funkisyonên ku bi vî awayî  $ax^2 + bx + c$  tên nivîsîn.

$$f: R \rightarrow R : x \rightarrow f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a, b, c \in R \text{ û } a \neq 0)$$

Tê dîtîn ku  $f(x)$  hev kêşeyeke ji pileya duyem e.

**Mînak:**

$$f(x) = x^2 + 4x - 3$$

$$f(2) = (2)^2 + 4 \times 2 - 3 = 4 + 8 - 3 = 9$$

$$f(-3) = (-3)^2 + 4 \times (-3) - 3 = 9 - 12 - 3 = -6$$

### Hînkirin

1) Eger  $f$  funkisyonêk be ku di  $R$  de tê naskirin li gorî:

$$f: R \rightarrow R : x \rightarrow f(x) = -4x$$

$f(-5), f(3), f(0,5)$  bibîne.

2) Eger  $f$  funkisyonêk be ku di  $R$  de tê naskirin li gorî:

$$f(x) = x^2 + 6x + 9$$

a)  $f(0), f(-1), f(4)$  bibîne.

b) Eger  $f(x) = 0$  be, nirxê  $x$  bibîne.

## GIRAFÎKA FUNKISYON

**Girafîka funkisyona hejmarî.**

**Mînak:**

Eger  $f$  funkisyonek be ku di  $D = [0, +\infty[$  de tê naskirin li gorî:

$$f(x) = \sqrt{x}$$

Em xalên li jêr nîşan bikin.

$$(0, f(0)) = (0, 0)$$

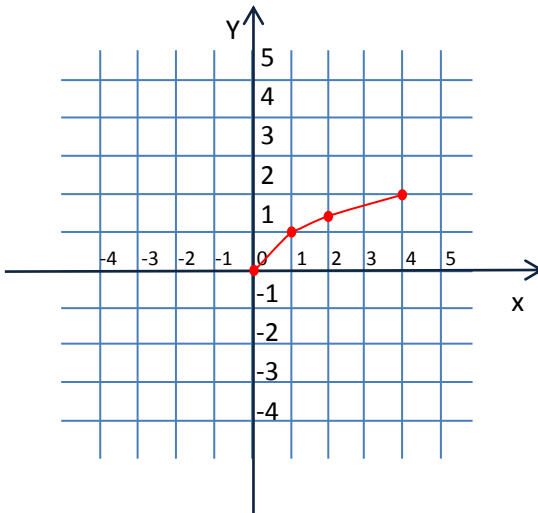
$$(1, f(1)) = (1, 1)$$

$$(2, f(2)) = (2, \sqrt{2})$$

$$(4, f(4)) = (4, 2)$$

Her xalek ji yên li jor endamê funkisyonê  $f$  ye.

Em niha van xalan li ser kordînetê nîşan bikin.



Xêza ku bi van xalan tê nîşan kirin jê re **girafîka funkisyon** tê gotin

**Hin cureyên din.**

- 1) Girafîka funkisyona bi awayê  $f: R \rightarrow R : x \rightarrow f(x) = ax + b$  rastekeke ku meyla wê  $m = a$

**Mînak:**

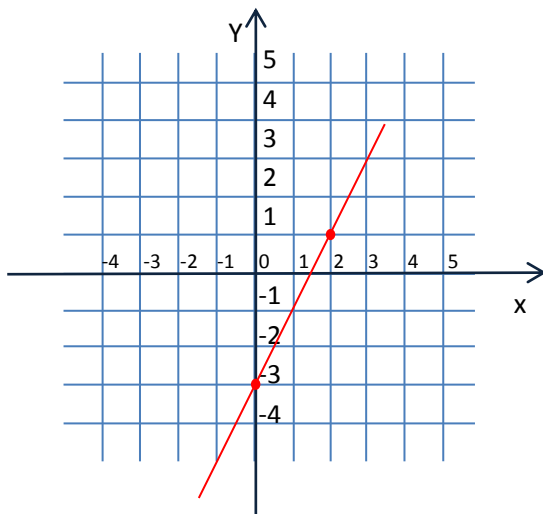
Eger  $f$  funkisyonek be ku di  $R$  de tê naskirin li gorî:  $f(x) = 2x - 3$

Em girafîka vê funkisyonê li ser kordînatê bibînin.

Ji ber ku girafîka wê rastekeke, tenê du xal ji me re pêwîst in:

$$A(0, f(0)) = (0, -3)$$

$$B(2, f(2)) = (2, 1)$$



2) Girafîka funkisyona bi awayê:

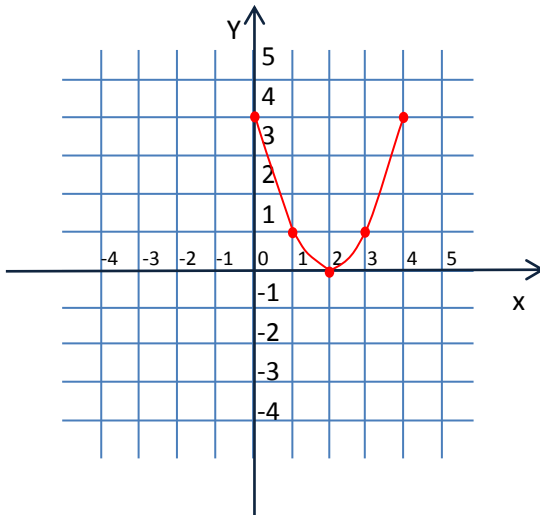
$$f: R \rightarrow R : x \rightarrow f(x) = ax^2 + bx + c \text{ parabola ye.}$$

**Mînak:**

Eger  $f$  funkisyonek be ku di  $R$  de tê naskirin li gorî:  $f(x) = (x - 2)^2$

Em girafîka vê funkisyonê li ser kordînêtê bibînin.

$x$	0	1	2	3	4
$f(x)$	4	1	0	1	4
$(x, f(x))$	(0, 4)	(1, 1)	(2, 0)	(3, 1)	(4, 4)





## Hînkirin

- Eger  $f$  funksiyonek be ku di  $\mathbb{R}$  de tê naskirin li gorî:  
$$f(x) = (x - 1)^2$$
Girafîka vê funksiyonê ku nirxê  $x$  di navbera  $[-1, 3]$  de, xêz bike.



## PIRSÊN BEŞA NEHEM

- 1) Eger  $f$  funksiyonek be ku di  $\mathbb{R}$  de tê naskirin li gorî:  
$$f(x) = -x^2 + 2x - 3$$
  - a)  $f(1)$ ,  $f(-2)$ ,  $f(5)$  bibîne.
  - b) Eger  $f(x) = -11$  be nixê  $x$  bibîne.
- 2) Eger  $f$  funksiyonek be ku di  $\mathbb{R}$  de tê naskirin li gorî:  
$$f(x) = 3x$$

Girafîka vê funksiyonê xêz bike.
- 3) Eger  $f$  funksiyonek be ku di  $\mathbb{R}$  de tê naskirin li gorî:  
$$f(x) = x^2$$

Girafîka vê funksiyonê ku nixê  $x$  di navbera  $[-2, 2]$  de, xêz bike.
- 4) Eger buhayê lîtreyek benzîn 200 lîre be.
  - a) tabloyekî xêz bike ku.  
Komika **X** hejmarên lîtreyan diyar dike.  
Komika **Y** buhayên lîtreyan diyar dike.
  - b) Girêdana di navbera her du komikan de bi awayê funksiyonê nîşan bike.

# **BEŞA DEHEM: TÊKILIYÊN DI NAVBERA RASTEKAN DE**

Tewareya Parçeya Rastekan

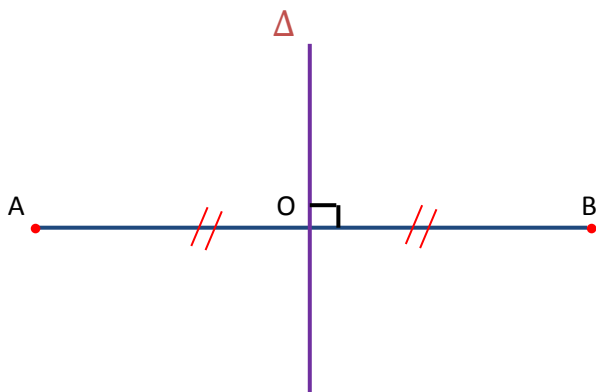
Têkiliyên Di Navbera Rastekan De





## TEWAREYA PARÇEYA RASTEKAN

Li ser awayê li jêr bihizre.

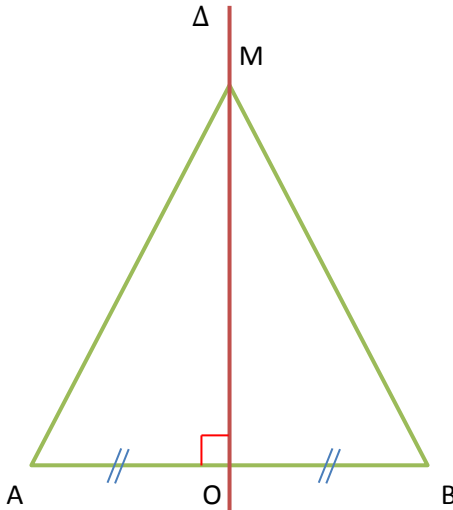


- Rasteka  $\Delta$  bi parçeya rastekan  $AB$  re qiraçeke tîk çêdike.
- Rasteka  $\Delta$  di nîvê parçeya rastekan  $AB$  re derbas dibe.
- Ji rasteka  $\Delta$  re çî tê gotin?

Ji rasteka ku bi parçeyeke rastekan re tîk be û di nîvê wê re derbas dibe re **tewareya parçeya rastekan** tê gotin.

**Teorî:**

Her xaleke li ser tewareya parçeyeke rastekan dûrahiya wê ji her du aliyên parçeyê heman e.

**Tiştê hatî dayin:**

$AB$  parçeyeke rastekan e,  $\Delta$  tewareya wê ye û  $M$  xalek ji  $\Delta$  ye.

**Tiştê tê xwestin:**

Tekez bike ku  $MA = MB$  ye

**Tekezkirin:**

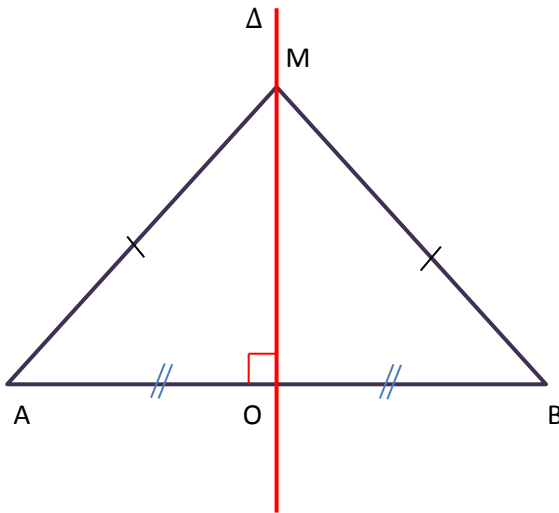
Destpêkê em  $MA$  û  $MB$  xêz bikin.

- Di sêgoşeyên  $MOA$  û  $MOB$  de:  
qiraça  $MOA = qiraça MOB$  (her du qiraç tîk in)
- Kenarê  $OM$  hevbeş e.
- $OA = OB$  ( ji ber ku  $\Delta$  tewareya parçeya  $AB$  ye )

Li gorî vê her du sêgoşe yeksan in. Yeksanîbûna sêgoşeya tekez dike ku  $MA = MB$ .

### Teorî:

Xala ku dûrahiya wê ji her du aliyên parçeyê rastekan heman e, li ser tewareya wê ye.



### Tiştê hatî dayin:

$AB$  parçeyê rastekan e,  $M$  xaleke ku  $MA = MB$

### Tiştê tê xwestin:

Tekez bike ku  $M$  li ser tewariya  $AB$  ye.

### Tekezkirin:

Destpêkê em  $MO$  xêz bikin ku  $O$  di nîvê  $AB$  de ye.

Di sêgoşeyên  $MOA$  û  $MOB$  de:

- $OA = OB$
- $OM$  Kenarekî hevbeş e
- $MA = MB$

Li gorî vê her du sêgoşeya yeksan in.

Yeksanîbûna sêgoşeya tekez dike ku:

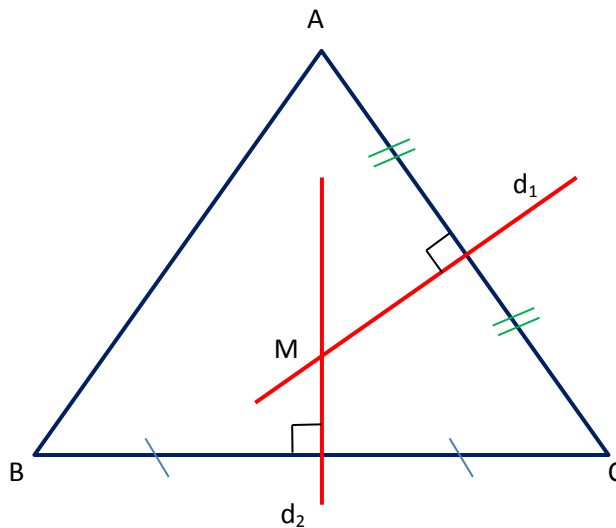
Qiraça  $MOA = MOB$ , lê  $MOA + MOB = 180^\circ$  li gorî wê:

$$MOB = 90^\circ$$

Ew jî dide nîşankirin ku  $MO$  tewareya  $AB$  ye, li gorî wê  $M$  li ser tewareya  $AB$  ye.



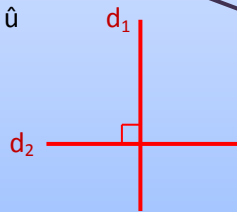
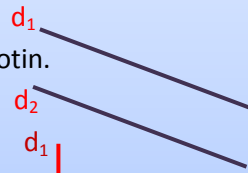
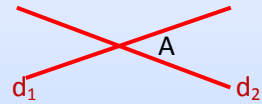
- Di awayê li jêr de tekez bike ku  $M$  li ser tewareya  $AB$  ye.



## TÊKILIYÊN DI NAVBERA RASTEKAN DE

### Têkiliyên di navbera du rastekan de:

- ◆ Eger Du rastek di xalekê de hevpar bin, ji wan re **rastekên hevbirîn** tê gotin.
- ◆ Eger du rastek tu xalên hevpar di navbera wan de nebin, ji wan re **rastekên paralel** tê gotin.
- ◆ Eger du rastek di xalekê de hevpar bin û qiraça di navera wan de tîk be, ji wan re **rastekên hevtîk** tê gotin.



### Teorî:

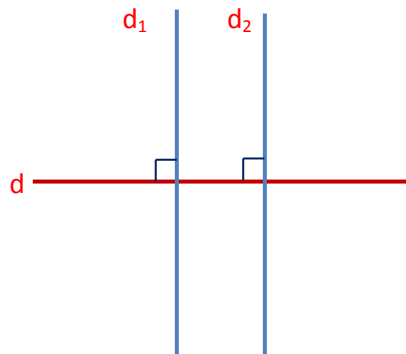
Her du rastekên ku li ser rastekekî din tîk bin, paralel in.

### Mînak:

Di awayê li rexê de.

$d_1 \perp d$  û  $d_2 \perp d$  li gorî vê:

$d_1 // d_2$





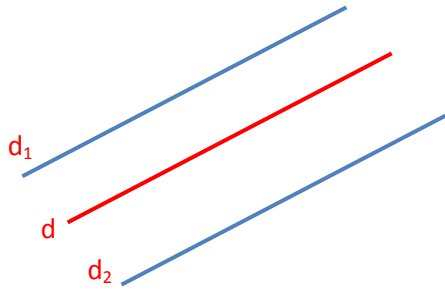
Eger du rastek bi rastekekî sêyan re paralel bin, wê demê her du rastek paralel in.

**Mînak:**

Di awayê li rexê de.

$d_1 // d$  û  $d_2 // d$  li gorî vê:

$d_1 // d_2$



Rastekê ku bi yek ji du rastekên paralel re hevbirîn be, bi ya din re jî hevbirîn e.

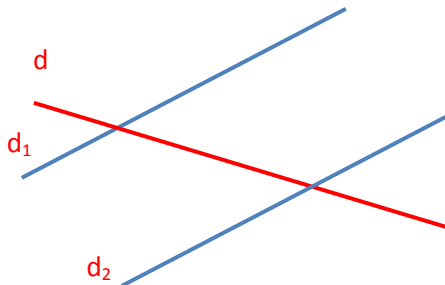
**Mînak:**

Di awayê li rexê de.

$d$  bi  $d_1$  re hevbirîn e

û  $d_1 // d_2$  li gorî vê:

$d$  bi  $d_2$  re hevbirîn e.



Rastekê ku bi yek ji du rastekên paralel re Tîk be, bi ya din re jî tîk e.

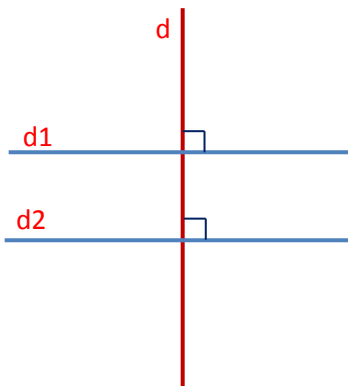
Mînak:

Di awayê li rexê de:

$$d \perp d_1 \hat{=} d_1 // d_2$$

li gorî vê:

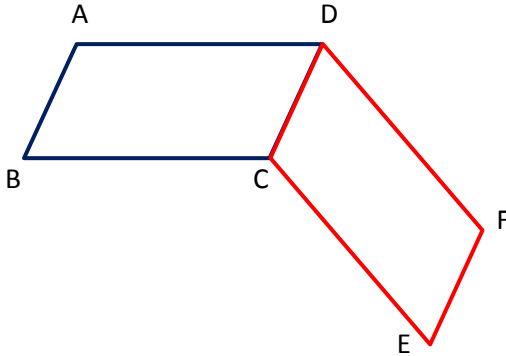
$$d \perp d_2$$



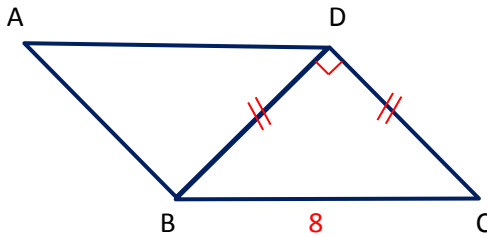
Dûrahiya di navbera du rastekên paralel de nayê guhertin.

## Hînkirin

- 1) Di awayê li jêr de  $ABCD$  û  $EFGH$  du kenarên rastîhev in, tekez bike ku:  $AB \parallel EF$



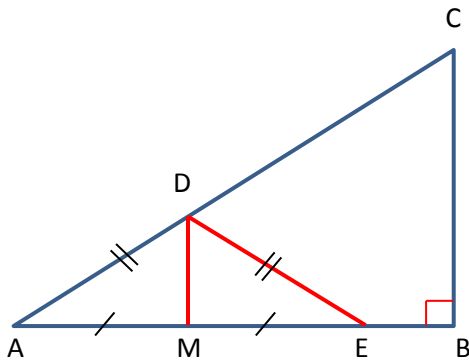
- 2) Awayê li jêr kenarên rastîhev e



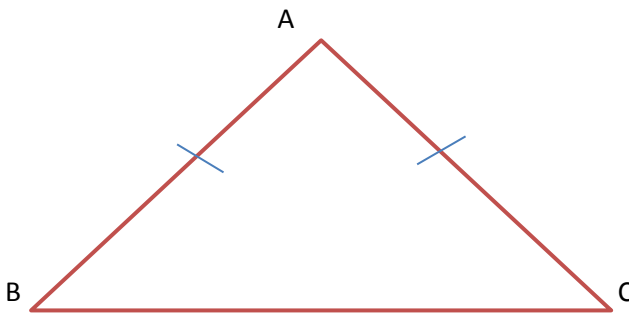
Dûrahiya di navbera her du rastekên  $AD$  û  $BC$  de bibîne.

## PIRSÊN BEŞA DEHEM

1) Di awayê li jêr de tekez bike ku  $DM \parallel CB$



2) Di sêgoşeya jêr de tekez bike ku xala A li ser tewareya kenarê BC ye.



3) Valahiyên li jêr dagire.

- a) Eger Du rastek di xalekê de hevpar bin, ji wan re ..... tê gotin.
- b) Eger du rastek tu xalên hevpar di navbera wan de nebin, ji wan re ..... tê gotin.
- c) Eger du rastek di xalekê de hevpar bin û qiraça di navera wan de tîk be, ji wan re ..... tê gotin.

## FERHENGOK:

Têgeh	Wate
Hejmarên tekane	Hejmarên ku tenê li xwe û hejmara yekê parve dibin
Hejmarên dubarok	Hejmarên rêjeyî yên ku encama parvekirina parê li paranê berdewam e û bê dawî ye û heman hejmar piştî bêhnokê dubare dibe
Hejmarên nerêjeyî	Hejmarên ku di awayê kertên dehî de bê dawî û nedubarok in
Jen	Parçeyeke rastekê di navbera du xalên bazin de ye
Eşkêl	Jeneke ku di navenda bazin re derbas dibe
Nîveşkêl	Parçeyeke rastekê di navbera navend û xaleke ji bazin de ye
Kevan	Parçeyeke ji bazin e ku di navbera du xalên wê yên cuda de ye
Qiraça navendî	Qiraça di navbera du nîveşkêlan de ye
Qiraça derdorî	Qiraça ku goşeya wê xaleke ji bazin û her du kenarên wê jen in di wî bazinî de
Bazinbir	Rasteka ku ew û bazin bi du xalên cuda hevpar in
Parabola	Girafîkeke li ser kordînêtê ye bi awayê tîpa U ye.
Pêveka bazin	Rasteka ku ew û bazin bi xaleke tenê hevpar in
Rasteka derve	Rasteka ku xalên hevpar di navbera wê û bazin de nînin
Qiraça pêvekî	Qiraça ku ji pêvek û jena bazinekî pêk tê
Hejmarên rast	Komika hejmaran a ku hejmarên rêjeyî û nerêjeyî digire xwe
Xêza dîtîne	Nîvrasteka ku ji çavê bîner dest pê dike û digihe tiştê dîtîne
Xêza asoyî	Nîvrasteka asoyî ya ji çavê bîner dest pê dike û digihe tiştê dîtîne
Qiraça bilindahî	Qiraça di navbera xêza dîtîne û xêza asoyî de ye
Qiraça nimzahiyê	Qiraça di navbera xêza dîtîne û xêza asoyî de ye
Newekhevî	Hevrûkirina di navbera du raveyên bîrkarî de bi karanîna van sembolan: > <

Pilana Belavkirina waneyên Bîrkarî navîn 3

Hefte Meh	Hefteya yekem	Hefteya duyem	Hefteya sêyem	Hefteya çarem
Îlon			-hejmarên tekane	-Hevparê parveker û qatê hevpar
Cotmeh	-Hejmarên nerêjeyî -pîrsên beşa yekem	-Qiraça nevendî -Qiraça derdorî	-Bazin û rastek -Rasteka pêvek	-bazin û pîrgoşe -pîrsên beşa duyem
Mijdar	-Hejmarên rast -Komkirin û derxistin	-Nîrxê mutleq -Kokdam	-Hevdan -Parvekirin	-Hejmarên rast yê bi hêz -Pîrsên beşa sêyem
Kanûn	-Rêjeyên sêgoşeyî -Rêjeyên sêgoşeyî di jîyanê de	-pîrsên beşa çarem	-Cureyên rêjdariyan	-Taybetiyên rêjdariyê
Çile	-Pîrsên beşa pêncem	<b>Ezmûna Dema Yekem</b>	<b>Bêhinvedan</b>	<b>Bêhinvedan</b>
Sibat	-Teoriya Talis -Teoriya Talis di sêgoşe de	-Nîveka qiraçê -Pîrsên beşa şeşem	-Raveyên bîrkarî -Dahurandin	-Çareserîya hevkeşeyan -Newekhevî
Adar	-Têkiliya hevkeşeyê bi kordînêtê re	-Çareserîya hevbeş -Pîrsên beşa heftem	-Wekheviya pîrgoşeyan -Teoriya wekheviya sêgoşeyan	-Pîvana ji dûr ve -Pîrsên beşa heştam
Nîsan	-Funkisyonên hejmarî -Girafîka funkisyon	-Pîrsên beşa nehem	-Tewariya parçeya rastekan	-Têkiliyên di navebera rastekan de
Gulan	-Pîrsên beşa dehem	<b>Ezmûna dawîya salê</b>		