# BÎRKARÎ

## AMADEYÎ

## 1

## AMADEKAR

Ciwan Ehmed

Ridwan Mihemed

## LÊVEGER

Remezan Hemo

Rewendoz Zeynel

Xelat Silêman

**Ev pirtûk; ji aliyê Desteya Perwerde û Fêrkirinê ve,**
**weke pirtûka waneyê hatiye pejirandin.**

# NAVEROK

# CEBIR

## BEŞA YEKEM

### HEJMARÊN RAST Û TAYBETIYÊN WAN

1) KOMIKÊN HEJMARAN
2) RAVEYÊN BÎRKARÎ
3) HEVKÊŞE
4) DI KOMIKA HEJMARÊN RAST DE RÊZKIRIN
5) DI HEJMARÊN RAST DE NAVBER
6) NEWEKHEVÎ Û HÊMAYA $ax + b$

# HEJMARA ZÊRÎN

Di sedsala 12'an de zanyarê Îtalî **Fîbonaçî**(Fibonacci) encama ku wî ji dibetiya zêdebûna kîvroşkan a di salekê de bi dest xistiye, ev e:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, …

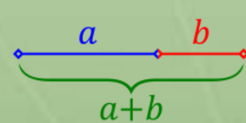
Ji van rêzehejmaran re **Zincîra Fîbonaçî** tê gotin. Eger em bala xwe bidin wan, bi hêsanî tên dîtin ku her hejmar, encama komkirina her du hejmarên beriya wê ne.

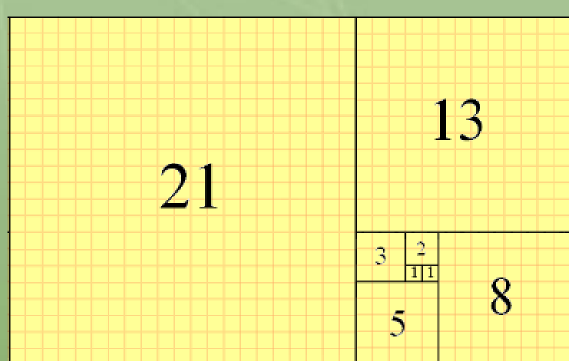
Ev, di bîrkarî de zincîra herî navdar e.


Lê ya balkêş ew e dema ku em her hejmarê, belavî hejmara beriya wê bikin, encam her ku diçe nêzî 1.618033988749895 dibe. Em ji vê hejmarê re dibêjin; **hejmara zêrîn**, ku bi vî awayî jî tê nivîsîn: $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Dema ku komkirina du hejmaran belavî ya biçûk bibe û encama wê yeksanî hejmara mezin belavî ya biçûk be; hejmara zêrîn pêk tê. Ango:

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{b} = 1.618033988749895$$




**Milkêşa zêrîn**

# KOMIKÊN HEJMARAN

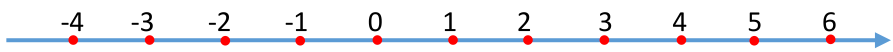
## Komika Hejmarên Xwezayî ($\mathbb{N}$):

Ew hejmarên ku tam û pozîtîf in:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5 \ldots , 25, \ldots , 148, \ldots , 1350, \ldots .\}$$

## Komika Hejmarên Tam ($\mathbb{Z}$):

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \ldots\}$$




## Komika Hejmarên Dehî ($\mathbb{D}$):

Encama parvekirina hejmareke tam a li hêzên hejmara 10 e, ango wiha tê nivîsîn: $\frac{\mathrm{P}}{10^{\mathrm{n}}}$

Hejmara dehî ji beşeke tam û beşeke dehî pêk tê, weke:

$$\mathrm{d} = \frac{-310034}{10^3} = \underbrace{-310}_{\text{beşa tam}} \, . \, \underbrace{034}_{\text{beşa dehî}}$$

## Komika Hejmarên Rêjeyî ($\mathbb{Q}$):

Encama parvekirina hejmareke tam a li hejmareke xwezayî tam û pozîtîf e, ango bi vî awayî ye: $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$ ; $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$

**TÊBÎNÎ:** Hejmara rêjeyî, eger **a** û **b** hejmarên bi hev re parvenebûn bin, sade ye.

## Komika Hejmarên Rast ($\mathbb{R}$):

Komika ku di nava xwe de hemû hejmarên rêjeyî û ne rêjeyî digire.

**Mînak:** $\sqrt{2}$ , π , ...

Weke encam, em dikarin bi vî awayî binivîsin:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

**Mînak:**

Hejmarên li jêr, li gorî komikên wan nîşan bike:

$\frac{78}{150}$ , $\frac{5}{3}$ , $\frac{32}{4}$ , $\frac{(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-3)}{2}$ , $\pi$

**Çareserî:**

$\frac{78}{150} = \frac{2\times39}{2\times15\times5} = \frac{39}{75} = 0.52 \ \in \ D$

$\frac{5}{3} = 1.666 \ldots . = 1.\overline{6}$

Ango: $\frac{5}{3} \notin D$ lê belê $\frac{5}{3} \in Q$

$\frac{(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-3)}{2} = \frac{(\sqrt{7})^2-3^2}{2} = \frac{7-9}{2} = -1 \ \in Z$

$\pi \in R$ lê belê $\pi \notin D , N$ û $Z$

Ango $\pi$ hejmareke rast e, ne rêjeyî ye.

Hînkirin

**1) Hevokên li jêr, ên rast; bi tîpa (R) û yên şaş jî; bi tîpa (Ş) hêma bike.**

**a)** Her hejmara dehî, hejmareke rêjeyî ye. ( )
**b)** Vajiyê her hejmara rêjeyî (ku ne sifir be), hejmareke rêjeyî ye. ( )
**c)** Her hejmara tam, hejmareke dehî ye. ( )
**d)** Vajiyê her hejmara dehî (ku ne sifir be), hejmareke dehî ye. ( )

**2) Kertên li jêr, sade bike.**

a) $\frac{48}{72}$ b) $\frac{60}{150}$ c) $\frac{24}{16\times13}$ d) $\frac{8\times14}{12\times20}$

# RAVEYÊN BÎRKARÎ

Eger **a**, **b**, **c** $\in \mathbb{R}$ be, wê demê $\mathbf{a}(\mathbf{b}+\mathbf{c}) = \boldsymbol{ab} + \boldsymbol{ac}$

Vekirina raveya bîrkarî ya bi awayê $\mathbf{a}(\mathbf{b}+\mathbf{c})$, veguhartina wê ya bi awayê komkirinê ye û dibe $\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{ac}$

**Mînak:**

$x(4x-6) = 4x^2 - 6x$

$(x+1)(x-5) = x^2 - 5x + x - 5 = x^2 - 4x - 5$

Lê dahûrandina raveya bi awayê $\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{ac}$, vediguhere awayê $\mathbf{a}(\mathbf{b}+\mathbf{c})$

**Mînak:**

$$\mathrm{A(x)} = \underbrace{(\mathrm{x}-1)}_{\mathrm{a}}\underbrace{(2-\mathrm{x})}_{\mathrm{b}} + \underbrace{(\mathrm{x}-1)}_{\mathrm{a}}\underbrace{(2\mathrm{x}+1)}_{\mathrm{c}}$$

$$= \underbrace{(\mathrm{x}-1)}_{\mathrm{a}}\underbrace{[(2-\mathrm{x})+(2\mathrm{x}+1)]}_{(\mathrm{b}+\mathrm{c})}$$

$$= (\mathrm{x}-1)(\mathrm{x}+3)$$

**TÊBÎNÎ:**

Vekirin û dahûrandin; ji bo sadekirina raveyan, çareseriya hevkêşeyan û naskirina hêmaya hin nirxan, sûdê dide.

**Wekheviyên Damê:**

Wekheviyên damê, ji bo vekirin an jî dahûrandina raveyên bîrkarî sûdê didin, ew jî ev in:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

**Mînak 1:**

Raveya bîrkarî ya li jêr, veke:

$A = (3x + 2y)^2$

**Çareserî:**

Ev rave, weke wekheviya $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2$ e, $(\boldsymbol{3x}$ li cihê $\boldsymbol{a}$ û $\boldsymbol{2y}$ li cihê $\mathbf{b}$ ye.)

$A = (3x + 2y)^2 = (3x)^2 + 2(3x.2y) + (2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$

**Mînak 2:**

Raveya bîrkarî ya li jêr, dahûrîne:

$A = (5x - 4y)^2$

**Çareserî:**

Ev rave, weke wekheviya $(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})^2$ ye, $(\boldsymbol{3x}$ li cihê $\boldsymbol{a}$ û $\boldsymbol{2y}$ li cihê $\mathbf{b}$ ye.)

$A = (5x - 4y)^2 = (25x)^2 - 2(5x.4y) + (4y)^2 = 25x^2 - 40xy + 16y^2$

**Hînkirin**

1) Raveya bîrkarî ya li jêr, dahûrîne:

   $A = (3x + 5)(x - 3) + (x - 3)(-x + 1) + 6(x - 3)^2$

2) Tekez bike ku B= $(\sqrt{3} + \sqrt{8})^2 - 4$ bi awayê $a\sqrt{6} + b$ tê nivîsîn, li gorî ku $\boldsymbol{a}$ û $\boldsymbol{b} \in \mathbb{R}$

3) Tekez bike ku $(2\sqrt{5} - \sqrt{6})^2 + (2\sqrt{5} + \sqrt{6})^2$ hejmareke xwezayî ye.

4) Tekez bike ku $a = \sqrt{(9)(3\sqrt{5})} + \sqrt{(9)(-3\sqrt{5})}$ hejmareke xwezayî ye.

# HEVKÊŞE

**Li ser raveyên bîrkarî yên li jêr bihizire**:

$3x + 6$
$(2x + 3)(x - 2)$
$x^2 + y^2$
Eger her raveya li jor, yeksanî sifir be; ji wan re **hevkêşe** tê gotin. Ji $\boldsymbol{x}$ û $\boldsymbol{y}$ re **nenas** tê gotin. Dîtina nirxên nenasan a di komika hejmarên hatine dayîn de jê re **çareseriya hevkêşeyê** tê gotin.

**Têbînî**: Dibe ku li her du aliyan jî rave hebe.

**Mînak**: $3x - 7 = 2x + 4$

**Awayên çareserkirina hevkêşeyan:**

1) Komkirin an jî derxistina her du aliyên hevkêşeyê ya bi heman hejmarê re. $A = B \Leftrightarrow \mathrm{A} \pm \mathrm{C} = \mathrm{B} \pm \mathrm{C}$
2) Hevdan an jî parvekirina her du aliyên hevkêşeyê ya bi heman hejmarê re. $A = B \Leftrightarrow \mathrm{A} \times \mathrm{C} = \mathrm{B} \times \mathrm{C}$
$$A = B \Leftrightarrow \frac{\mathrm{A}}{C} = \frac{\mathrm{B}}{C}$$
3) Eger AB = 0 hevkêşe be, ev tê wê wateyê ku yan A = 0 yan jî B = 0
(Em dikarin vê berfireh bikin, li ser sê raveyan an bêhtir.)

**Mînak 1:** Hevkêşeya li jêr çareser bike.

$4x - 6 = 3x + 6$

**Çareserî:**
$4x - 6 - 3x = 3x + 6 - 3x$
$x - 6 = 6$
$4x - 6 + 6 = 3x + 6 + 6$
$x = 12$

**Mînak 2:** Hevkêşeya li jêr çareser bike.

$5x - 6 = -6x + 16$

**Çareserî:**

$5x - 6 + 6x = -6x + 16 + 6x$
$11x - 6 = 16$
$11x - 6 + 6 = 16 + 6$
$11x = 22$
$\frac{11x}{11} = \frac{22}{11}$
$x = 2$

**Mînak 3:** Hevkêşeya li jêr, çareser bike.

$(x - 6)(3x + 6) = 0$

**Çareserî:**

$(x - 6)(3x + 6) = 0$
$(x - 6) = 0 \Rightarrow x = 6$ yan jî $(3x + 6) = 0 \Rightarrow x = -2$

**TÊBÎNÎ:**

Ji bo çareseriya hin hevkêşeyan:

Raveyên bi awayê $\frac{a+b}{c}$, em dikarin her du aliyan hevdanî **hevjimara** parê bikin, ji bo bidestxistina wekheviya damê ya bi vî awayî:

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Hevjimara $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ ev e: $(a - b)$ û hevjimara $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$ ev e: $(a + b)$

**Mînak:** Hevkêşeyên li jêr, çareser bike.

**a)** $x^3 - 7x^2 + 12x = 0$
**b)** $x^2 - c = 0$

**Çareserî:**

**a)** $x^3 - 7x^2 + 12x = 0$
$x(x^2 - 7x + 12) = 0$
$x(x - 3)(x - 4) = 0$ [-3 + (- 4) = -7 û (-3)(-4) = 12]
Li vir çareserî; $x = 0$ yan $x - 3 = 0$ yan jî $x - 4 = 0$
Li gorî van, komika çareseriyan, ev e: $S = \{0, 3, 4\}$
**b)** $x^2 - c = 0$

Ji bo çareseriyê, em sûdê ji wekheviya damê,
$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ bigirin:

$x^2 - \text{c} = x^2 - \left(\sqrt{c}\right)^2 = 0$ (Em dizanin ku c = $\left(\sqrt{c}\right)^2$ )

$x^2 - \left(\sqrt{c}\right)^2 = (x + \sqrt{c})(x - \sqrt{c})$ li gorî wekheviyên damê.

$(x + \sqrt{c})(x - \sqrt{c}) = 0$ li vir du çareserî hene:

Yan $x + \sqrt{c} = 0 \rightarrow x = -\sqrt{c}$

yan jî $x - \sqrt{c} = 0 \rightarrow x = \sqrt{c}$

Komika çareseriyan; $\{-\sqrt{c}\ ,\ \sqrt{c}\}$

**Hînkirin**

**1)** Hevkêşeyên li jêr, çareser bike.

**a)** $(x-2)^2 = 0$

**b)** $(x+4)^2 = 7$

**c)** $(x-2)(x+6)(2x-3) = 0$

**d)** $5(x+2) - (x+2)^2 = 0$

**2)** Tekez bike ku çareseriya hevkêşeya li jêr, ev e; $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$x^2 = 1 + x$

**3)** Tekez bike ku çareseriya hevkêşeya li jêr, ev e; $\sqrt{2} + 1$

$x^2 - 2x - 1 = 0$

# DI KOMIKA HEJMARÊN RAST DE RÊZKIRIN

Ji bo rêzkirina di komika hejmarên rast de pêwîstî bi hevrûkirinê heye. Hevrûkirin; di navbera du hejmarên rast ($\boldsymbol{a}$ û $\boldsymbol{b}$) de tê kirin. Ji bo naskirina kîjan jê mezintir e, yan jî weke hev in.

**Hin taybetiyên hevrûkirinê:**

- Em dikarin binivîsin $\boldsymbol{a} > \boldsymbol{b}$ tenê eger $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} > \mathbf{0}$ (guhartina hevrûkirinê ya bi derxistinê)

  **Mînak:**

  Ji bo hevrûkirina $\boldsymbol{a} = \sqrt{\mathbf{5}}$ û $\boldsymbol{b} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$ em derxistinê bi vî awayî pêk bînin:

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{5} - \frac{3}{2} = \frac{2\sqrt{5} - 3}{2} \\ &= \frac{2\sqrt{5} - 3}{2} \times \frac{2\sqrt{5} + 3}{2\sqrt{5} + 3} \\ &= \frac{(2\sqrt{5})^2 - 3^2}{2(2\sqrt{5} + 3)} \\ &= \frac{20 - 9}{2(2\sqrt{5} + 3)} \\ &= \frac{11}{4\sqrt{5} + 6} > 0 \end{aligned}$$

Me par û paran hevdanî $(2\sqrt{5} + 3)$ kir.

Sûdgirtina ji wekheviya damê

  li gorî vê $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} > \mathbf{0}$

  ango $a > b \rightarrow \sqrt{5} > \frac{3}{2}$

- Eger $\boldsymbol{a}$ hejmareke rast be, wê demê; $\boldsymbol{a}^2 \geq \mathbf{0}$

**Pêkanînên li ser newekheviyan:**

**a) Komkirin û derxistina bi heman hejmarê re:**

Komkirin û derxistina her du aliyên newekheviyê ya bi heman hejmarê re aliyê newekheviyê naguhere.

**Mînak:**

Eger $\boldsymbol{a} > \boldsymbol{b}$ be, wê demê; $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c} > \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ û $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{c} > \boldsymbol{b} - \boldsymbol{c}$

Bi vî awayî, em dikarin hejmarekê ji aliyekî biguherin aliyê din ê newekheviyê, bi sûdgirtina ji komkirin an jî derxistinê.

**Mînak:**

Eger $\boldsymbol{x}+\boldsymbol{a}>\boldsymbol{b}$ be, wê demê; $\boldsymbol{x}>\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$

(me; $-\boldsymbol{a}$ bi her du aliyan re kom kir)

Û pê ve girêdayî, eger du newekheviyên bi heman aliyî hebin, komkirina her duyan, newekheviyeke nû derdixe holê ya ku bi heman aliyî ye.

**Mînak:**

Eger $\boldsymbol{a}>\boldsymbol{b}$ û $\boldsymbol{c}>\boldsymbol{d}$ be, wê demê; $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}>\boldsymbol{b}+\boldsymbol{d}$

**b) Hevdan û parvekirina bi heman hejmarê re:**

Hevdan an parvekirina her du aliyê newekheviyê bi heman hejmara ku tam û pozîtîf be; aliyê newekheviyê naguhere, lê eger ew hejmar negatîf be; aliyê newekheviyê tê guhartin.

**Mînak:**

Eger $a>b$ û $c>0$ be, wê demê; $ac>bc$ û $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

Lê eger $a>b$ û $c<0$ be, wê demê; $ac<bc$ û $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$

Û pê ve girêdayî, hevdana du newekheviyên bi heman aliyî (her alî bi yê din re), aliyê newekheviyê naguhere, lê bi mercê ku hejmar bi giştî tam û pozîtîf bin.

**Mînak:**

Eger $a>b$ û $c>d$ be, wê demê; $ac>bd$

Bi mercê ku $a,b,c,d\in\mathbb{R}^{*+}$

$\mathbb{R}^{*+}$ : Komika hejmarên rast ên pozîtîf, ji bilî sifirê ye.

**Diyarkirina raveyeke bi du hejmaran:**

Eger $x, y \in \mathbb{R}$ be, ku $2 \leq x \leq 3$ û $1 \leq y \leq 2$

her du hejmarên ku $\mathrm{A} = xy$ diyar dikin, bibîne.

**Çareserî:**

Li gorî ku hatiye dayîn: $2 \leq x \leq 3$ û $1 \leq y \leq 2$ be, em bi hevdana her du newekheviyan alî bi alî pêk bînin:

$2\times1 \leq xy \leq 3\times2$ ango $2 \leq A \leq 6$

**Girêdana rêzkirinê ya bi dam, kokdam û vajiyê hejmarekê re:**

Eger $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ du hejmarên pozîtîv bin, ku $a < b$ be,

wê demê; $\boldsymbol{a^2} < \boldsymbol{b^2}$

Eger $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ du hejmarên pozîtîv bin, ku $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$ be,

wê demê; $\sqrt{\boldsymbol{a}} < \sqrt{\boldsymbol{b}}$

Eger $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ du hejmarên pozîtîv bin, ku $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$ be,

wê demê; $\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{a}} > \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{b}}$

Hînkirin

**I. Ji yên li jêr, bersiva rast hêma bike.**

1) Eger $x \leq -5$ be, wê demê:
a) $x+1 \geq -7$ b) $x-2 \leq -7$ c) $1-x \geq -5$

2) Eger $x > 4$ be, wê demê:
a) $\frac{1}{9}x > \frac{4}{9}$ b) $\frac{-9}{7}x > 4$ c) $x+2 < 3$

3) Eger $\frac{1}{4} < x < \frac{2}{3}$ û $\frac{1}{7} < y < \frac{8}{5}$ be, wê demê:
a) $\frac{2}{14} < xy < \frac{8}{20}$ b) $\frac{1}{28} < xy < \frac{16}{15}$ c) $\frac{1}{16} < xy < \frac{5}{32}$

4) Eger $\frac{3}{4} < x < 6$ û $\frac{2}{5} < y < 4$ be, wê demê:
a) $\frac{6}{20} < x+y < 24$ b) $\frac{5}{9} < x+y < 10$ c) $\frac{23}{20} < x+y < 10$

**II. Li gorî agahiyên li jêr, di navbera $a$ û $b$ de hevrûkirinê bike.**

**a)** $a = 5$ $b = 2\sqrt{2}$
**b)** $a = \sqrt{3}\sqrt{8}$ $b = 7$
**c)** $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $b = \frac{9}{\sqrt{6}}$
**d)** $a = 6$ $b = \frac{1}{7}\sqrt{2}$
**e)** $a = \frac{1}{5}\sqrt{6}$ $b = 4$
**f)** $a = 3\times10^{8}$ $b = 8\times10^{-15}$

**III. Li gorî agahiyên li jêr, her du hejmarên ku $A'$yê diyar dikin, bibîne.**

1) $4 < a < 6$ $A = \sqrt{a}+5$
2) $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{5}{3}$ $A = a^2+4$
3) $5 < a < 15$ $A = \sqrt{a-3}$
4) $\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$ $A = \frac{1}{a}-2$

# DI HEJMARÊN RAST DE NAVBER

Eger $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \mathbb{R}$ ku $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$, em dikarin li gorî wê, cureyên navberan diyar bikin:

| Sembola navberê | Di komika hejmarên rast de nirxên $x$ ên ku newekheviyê pêk tînin | |
|---|---|---|
| $[a, b]$ | $a \le x \le b$ | **Navberên bisînor** |
| $]a, b[$ | $a < x < b$ | |
| $]a, b]$ | $a < x \le b$ | |
| $[a, b[$ | $a \le x < b$ | |
| $[a, +\infty[$ | $a \le x < +\infty$ | **Navberên bêsînor** |
| $]a, +\infty[$ | $a < x < +\infty$ | |
| $]-\infty, b]$ | $-\infty < x \le b$ | |
| $]-\infty, b[$ | $-\infty < x < b$ | |

- Em ji $+\infty$ re dibêjin bêdawiya pozîtîf,
  û ji $-\infty$ re dibêjin bêdawiya negatîf.
- Em ji navberên bi awayê $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ re dibêjin; navberên girtî û bisînor.
- Navbera bi awayê $]-\infty, +\infty[$ komika hejmarên rast $\mathbb{R}$ pêk tîne.
- Eger $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \mathbb{R}$ ku $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$ û eger $\boldsymbol{n}$ yek ji van navberan be $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$, $]\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}[$ , $]\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ , $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}[$ wê demê, em ê ji $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ re bêjin: her du aliyên navbera $\boldsymbol{n}$ ne.

  $c = \frac{a+b}{2}$ navend, an jî nîvê navberê ye.

  $r = \frac{b-a}{2}$ nîveşkêla wê ye.

  $b - a$ dirêjahiya wê ye.

Ev jî, nirxê teqez(mutleq) tîne bîra me ku çawa dûrahiya di navbera hejmar û sifirê de ango xala destpêkê ya li ser rasteka hejmaran pêk tîne.

Hin taybetmendiyên nirxê teqez:

- $|x| = \sqrt{x^2}$
- $|x| = |-x|$
- $|x| = |a| \;\rightarrow\; (x = a \quad \text{an} \quad x = -a)$
- Eger $x, y \in \mathbb{R}$ bin, wê demê; $|x + y| \leq |x| + |y|$

- $x \in [c - r \,,\, c + r]$ tenê eger $|x - r| \leq r$ ango $\boldsymbol{x}$ endameke ji navbera girtî $[a, b]$, tenê eger dûrbûna $\boldsymbol{x}$ ji navenda navberê $c = \frac{a+b}{2}$ biçûktir an jî yeksanî nîveşkêla navberê $r = \frac{b-a}{2}$ be.

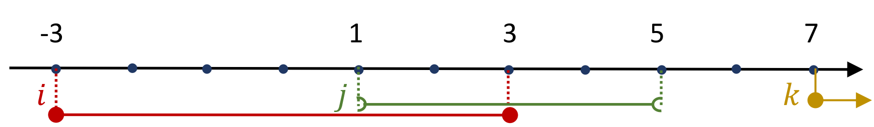
**Qetandin û yekgirtina navberan**

**Mînak:**

Eger $i = [-3, 3]$ $j = ]1, 5[$ $k = [7, +\infty[$
$i \cup j,\ i \cap j,\ k \cap j,\ k \cup i$ bibîne.

**Çareserî:**

Destpêkê em van navberan xêz bikin:

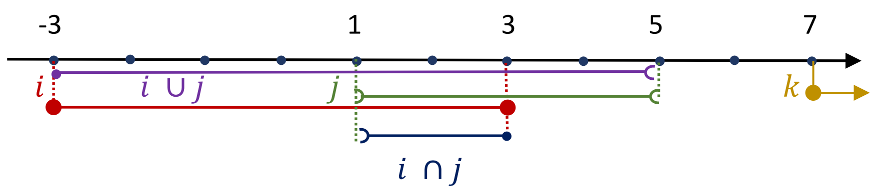


$i \cup j = [-3, 5[$ , $\quad i \cap j = ]\, 1, 3]$

$k \cap j = \emptyset$ (Tu endamên hevbeş tune ne)

$k \cup i = [-3, 3] \cup [\, 7, +\infty\, [$ (Ev ne navber e, komik e)

Em yekgirtin û qetandinê xêz bikin:




## Hînkirin

**1)** Li gorî mercên li jêr, komika hejmarên rast ên hatine dayîn, li ser rasteka hejmaran xêz bike.

**a)** $|x-2| \geq 1$ **b)** $\left|x-\frac{5}{2}\right| < 4$

**c)** $|x-3| < 2$ **d)** $|x| < 0$

**2)** Li gorî mercên li jêr, nirxên $\boldsymbol{x}$ bibîne (eger hebin).

**a)** $|x-5| = 2$ **b)** $|x+4| = 10^{-3}$

**c)** $|x+2| = 4|x-1|$ **d)** $|x-1| = |2-x|$

**e)** $|x-8| = |x+6|$ **f)** $|x-1| = |-x+5|$

# NEWEKHEVÎ Û HÊMAYA $ax + b$

Eger $\boldsymbol{a, b} \in \mathbb{R}$ bin. Ji bo dîtina çareseriya newekheviya $\boldsymbol{ax + b} \leq \mathbf{0}$ divê em komika hejmarên ku nirxên $\boldsymbol{ax + b}$ dikin **0** yan jî biçûktir bibînin, ji vê komikê re **komika çareseriyê** tê gotin û sembola wê jî $\boldsymbol{S}$ ye, ew jî nirxên $\boldsymbol{x}$ in.

Eger $\boldsymbol{a, b} \in \mathbb{R}$ û $\boldsymbol{a} \neq \mathbf{0}$ bin, ji bo dîtina hêmaya $\boldsymbol{ax + b}$ li gorî nirxên $\boldsymbol{x}$ em tabloya li jêr, li gorî du awayan xêz bikin:

**1)** Eger $\boldsymbol{a} > \mathbf{0}$

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{-b}{a}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $ax + b$ | - | 0 | + |

Ev nîşan, li dijî nîşana nirxê $\boldsymbol{x}$ $(\boldsymbol{a} > \mathbf{0})$

Ev nîşan, li gorî nirxê nîşana $\boldsymbol{x}$ $(\boldsymbol{a} > \mathbf{0})$

**2)** Eger $\boldsymbol{a} < \mathbf{0}$

| $x$ | | $\frac{-b}{a}$ | |
|---|---|---|---|
| $ax + b$ | + | 0 | - |

Ev nîşan, li dijî nîşana nirxê $\boldsymbol{x}$ $(a < 0)$

Ev nîşan, li gorî nîşana nirxê $\boldsymbol{x}$ $(a < 0)$

### Mînak 1:

Hêmaya hevkêşeyên li jêr, bibîne:

**a)** $-x + 4 = 0$ **b)** $2x + 3 = 0$

### Çareserî:

**a)** Ji bo dîtina hêmaya $\boldsymbol{-x + 4 = 0}$ em nirxê $\boldsymbol{x}$ bibînin,
$-x = -4 \Rightarrow x = 4$

| $x$ | | $4$ | |
|---|---|---|---|
| $-x + 4$ | + | 0 | - |

**b)** Ji bo dîtina hêmaya $\boldsymbol{2x + 3 = 0}$ em nirxê $\boldsymbol{x}$ bibînin,
$2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$

| $x$ | | $-\frac{3}{2}$ | |
|---|---|---|---|
| $2x + 3$ | - | 0 | + |

### Mînak 2:

Hêmaya hevkêşeya li jêr, bibîne:

$$\frac{x+1}{-x-3} = 0$$

### Çareserî:

Ji bo pare $\boldsymbol{x + 1 = 0}$ em nirxê $\boldsymbol{x}$ bibînin, $x = -1$
Ji bo paranê $\boldsymbol{-x - 3 = 0}$ em nirxê $\boldsymbol{x}$ bibînin, $\boldsymbol{-x = 3 \Rightarrow x = -3}$

| $x$ | | $-3$ | | $-1$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x + 1$ | - | | - | 0 | + |
| $-x - 3$ | + | 0 | - | | - |
| $\frac{x+1}{-x-3}$ | - | $\Vert$ | + | 0 | - |

## Hînkirin

**1)** Newekheviyên li jêr di $\mathbb{R}$ de çareser bike û komika çareseriyan **S** weke navber binivîse û li ser rasteka hejmaran xêz bike.

**a)** $5x + 1 < 6x - 5$

**b)** $\sqrt{8}x - 3 > 2\sqrt{8}x + 2$

**c)** $\frac{1}{3}x - 2 \leq -6$

**d)** $3x - 4 \geq -2x + 7$

**2)** Hêmaya $\mathbf{A}(\boldsymbol{x})$ li gorî nirxê $\boldsymbol{x}$ di rewşên li jêr de bibîne:

**a)** $\mathrm{A}(x) = -3x + 2$

**b)** $\mathrm{A}(x) = 4x - 2$

**c)** $\mathrm{A}(x) = \frac{-3x+6}{2x+4}$

**d)** $\mathrm{A}(x) = (x + 1)(-5x + 1)$

# PIRSÊN BEŞA YEKEM

1 Eger $A = \sqrt{3} - \sqrt{5}$ û $B = \sqrt{5}$ hejmarên ne asayî bin, kîjan ji hejmarên li jêr asayî ne?

**a)** $B + 4$ **b)** $8 - B^2$

**c)** $\frac{1}{4}A^2 + 2$ **d)** $2A - 5$

2 Tekez bike ku hejmarên li jêr, hejmarên asayî ne.

**a)** $\left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{2}{9}}\right)^2$ **b)** $\left(\sqrt{\frac{6}{5}} - \sqrt{\frac{5}{6}}\right)^2$

**c)** $\sqrt{2 + \frac{7}{11}} \times \sqrt{2 - \frac{7}{11}}$ **d)** $\sqrt{1 + \frac{2}{5}} \times \sqrt{1 - \frac{2}{5}}$

3 Raveyên li jêr, sade bike.

**a)** $A = 8(4x^2 + 4x + 1) + 5(2x + 1)$

**b)** $A = (x - 3)(6x - 4) - (3x - 2)$

**c)** $C = \frac{X^2 - 4}{5} + \frac{X + 2}{2}$

**d)** $D = x^3 + x^2 - x$

4 Hevkêşeyên li jêr, çareser bike.

**a)** $\frac{2}{(x-3)} = (x - 3)$

**b)** $x = \frac{40}{x+3}$

**c)** $x^3 + 2x^2 - 3x = 0$

**d)** $(2 - x)^2 = 2$

**5** Ji bo raveyên li jêr, bersiva şaş hêma bike.

**1)** Eger $x > 9$ be, wê demê:
**a)** $x - 1 > 8$ **b)** $2 - x > 9$ **c)** $-x < -9$ **d)** $x + 3 > 12$

**2)** Eger $x \leq -3$ be, wê demê:
**a)** $x + 8 \leq 5$ **b)** $x + 3 \leq 0$ **c)** $x \leq 5$ **d)** $x - 1 \leq -4$

**3)** Eger $x < 5$ be, wê demê:
**a)** $x + 7 < 8$ **b)** $x + 2 < 7$ **c)** $x + 5 < 10$ **d)** $x - 6 < -1$

**4)** Eger $x + 2 \geq 12$ be, wê demê:
**a)** $x + 5 \geq 15$ **b)** $x \geq 10$ **c)** $2x \geq 20$ **d)** $x + 2 \geq 8$

**6** Di newekheviyên li jêr de navberan binivîse û li ser rasteka hejmaran xêz bike.

- $8x - 2 \geq 4x + 6$
- $\frac{1}{5}x - 1 \leq -4$
- $2x + 1 > 3x - 1$
- $x^2 - 2x - 3 < 0$

**7** Hêmaya $\mathbf{F}(\boldsymbol{x})$ li gorî nirxê $\boldsymbol{x}$ di rewşên li jêr de bibîne.

**a)** $F(x) = \frac{5}{2x-1}$ **b)** $F(x) = (5 - 10x)(2 + 9x)$

**c)** $F(x) = 9x - 27$ **d)** $F(x) = \frac{-3}{4x-3}$

**8** Wekheviyên damê yên li jêr, dahûrîne.

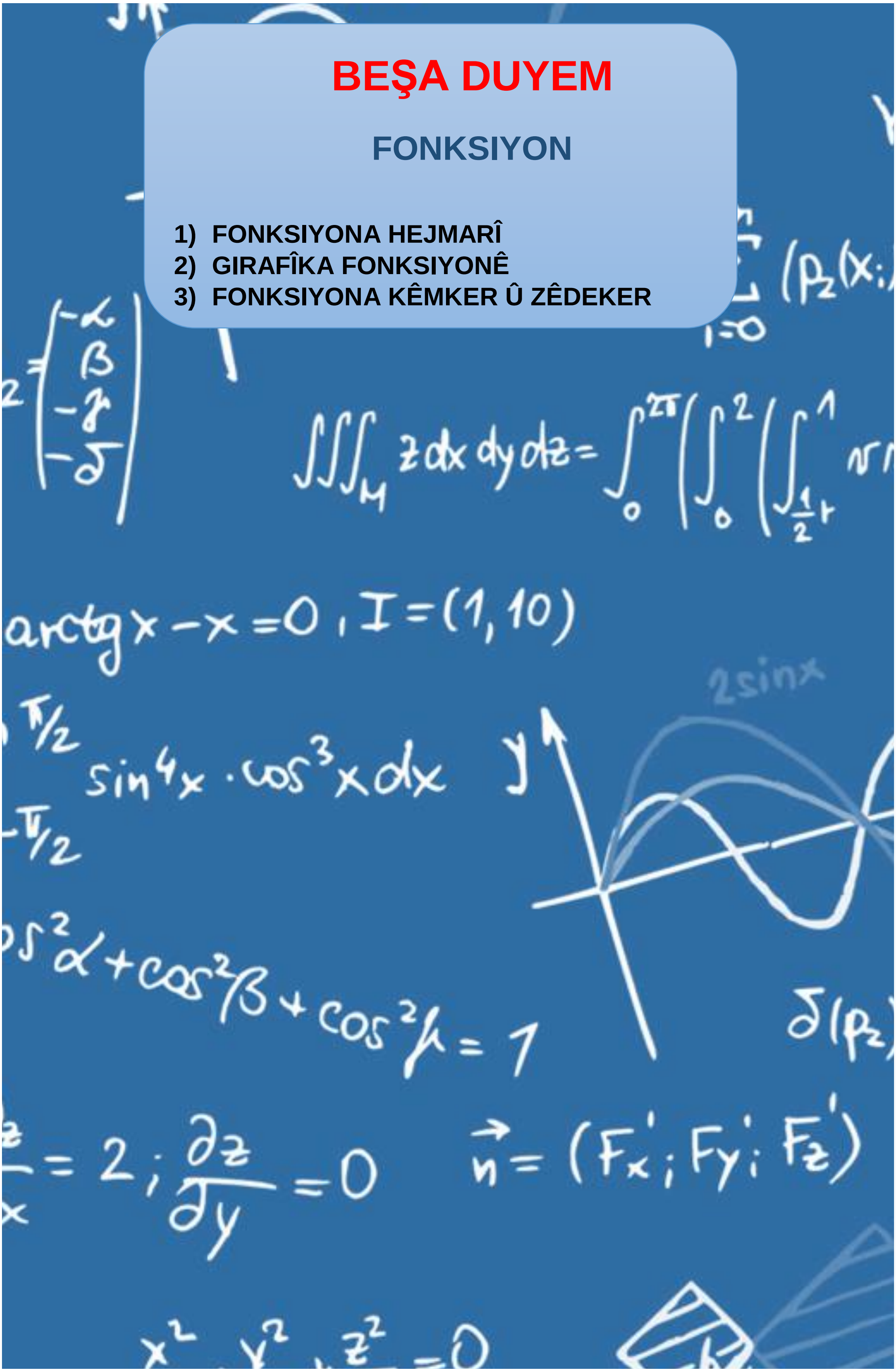
**a)** $(x-4)(x+4)$

**b)** $(x-3)^2$

**c)** $(x+12)^2$

**d)** $x^2-9$

9 Hêmaya $\boldsymbol{A(x)=9x+3}$ li gorî nirxên $\boldsymbol{x}$ bibîne.



# BEŞA DUYEM

## FONKSIYON

1) FONKSIYONA HEJMARÎ
2) GIRAFÎKA FONKSIYONÊ
3) FONKSIYONA KÊMKER Û ZÊDEKER

Dîkart (Rene Descartes) 1596 - 1650
Zanyarekî Fransî ye, di felsefe, bîrkarî û fîzîkê de dixebitî.
Wî, bi afirandina sîstema kordînat ve geometriya analîzî çêkir.
Dîkart, xwediyê gotina navdar a ku dibêje: “Ez dihizirim, wê demê ez heme.” ye.

# FONKSIYONA HEJMARÎ

Di jiyanê de gelek caran du nirxên hejmarî bi hev ve tên girêdan, weke mînak:

- Qalindbûna pirtûkê, girêdayî hejmara rûpelan e.
- Xerckirina tirimbêlê ya benzînê (Lître), girêdayî riya distîne ye (km).
- Dirêjahiya siha daran, girêdayî bilindahiya rokê ye.
- Di geometriyê de rûberê girover, girêdayî nîveşkêla wê ye.

Di bîrkarî de em ji tiştên fîzîkî derbas dibin û tenê weke girêdana hejmaran a bi hejmaran re dipejirînin.

Eger $\boldsymbol{D}$ navberek ji $\mathbb{R}$ be,
fonksiyona $\boldsymbol{f}$ ku ji $\boldsymbol{D}$ ber bi $\mathbb{R}$ ve, ew e ku girêdana her hejmara rast $\boldsymbol{x}$ bi hejmareke din re ye: $y = f(x)$.

**Fonksiyon, bi vî awayî tê nivîsîn:** $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{D} \to \boldsymbol{R}: \boldsymbol{x} \to \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$

- Em ji $\boldsymbol{D}$ re dibêjin: Komika pênasên fonksiyonê.
- Em ji $\boldsymbol{R}$ re dibêjin: Komika nirxên $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$.
- Em ji $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ re dibêjin: Nirxê fonksiyonê yê li gorî $\boldsymbol{x}$.

Komika Pênasan ( $\boldsymbol{D}$ )

- Bi piranî tê dayîn.
  **Mînak:**
  Fonksiyona $\boldsymbol{f}$ di $D = [-4,\ 5]$ de li gorî $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x} + \mathbf{1}$
- Û hin caran li gorî agahiyên di fonksiyonê de tên dayîn, tê naskirin.
  **Mînak:**
  Fonksiyona $\boldsymbol{f}$ a girêdayî rûberê girover ê ku nîveşkêla wî $\boldsymbol{x}$ li gorî $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\pi x^2}$ , jixwe xuya ye ku $D = [0,\ +\infty]$
- Lê eger $D$ neyê dayîn, wê demê em ê li gorî dîtina ku $f(x)$ gengaz be, $D$ bibînin.
  **Mînak 1:**
  Fonksiyona $\boldsymbol{f}$ li gorî $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

li vir diyar e ku dîtina $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ gengaz e, tenê eger;

$x - 1 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad x \neq 1$ (ji ber ku parvekirin, li 0 çênabe)

Li gorî vê: $D_f = ]-\infty, 1[ \ \cup \ ]1, +\infty[$

**Mînak 2:**

Fonksiyona $\boldsymbol{f}$ li gorî $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \sqrt{\boldsymbol{2} - \boldsymbol{x}}$
li vir diyar e ku dîtina $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ gengaz e, tenê eger;

$\boldsymbol{2} - \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{2}$ (ji ber ku kokdama hejmara negatîf tune ye, an jî divê $\boldsymbol{2} - \boldsymbol{x}$ pozîtîf be)
Li gorî vê: $D_f = ]-\infty, 2]$

## Hînkirin

- Komika pênasên fonksiyonên li jêr bibîne:

a) $f(x) = 3x - 5$

b) $f(x) = \frac{2}{x-1}$

c) $f(x) = 2x^2 - 8$

d) $f(x) = \frac{3}{x+2}$

e) $f(x) = \frac{5}{x^2}$

f) $f(x) = \sqrt{x^2 - 7}$

g) $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-2}}$

h) $f(x) = \frac{1}{2x+5}$

i) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

j) $f(x) = \frac{4x}{x^2+3x+2}$

# GIRAFÎKA FONKSIYONÊ

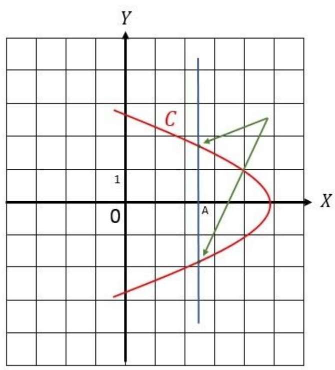
Eger $\boldsymbol{f}$ fonksiyonek di $\boldsymbol{D}$ de be, girafîka wê bi du xalan $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ tê xêzkirin ku $\boldsymbol{x}$ ji $\boldsymbol{D}$ ye û $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, sembola vê girafîkê jî $\boldsymbol{C}$ ye.

Eger $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ endamek ji girafîka $\boldsymbol{C}$ be, divê $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{a})$

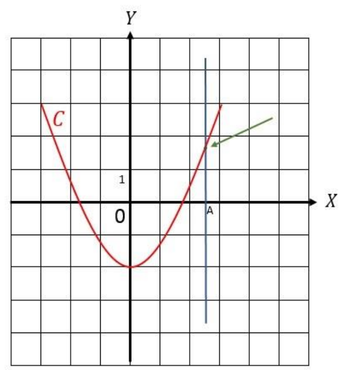
Eger $\boldsymbol{C}$ girafîka $\boldsymbol{f}$ be, em ji $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ re dibêjin, hevkêşeya $\boldsymbol{C}$.

Li gorî $\boldsymbol{f}$ ji bo $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}$ hejmareke tenê li ser girafîka wê heye. Ji ber vê yekê, rasteka ku di xala $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{0})$ re derbas dibe û rastênhevî xêza tîk e. Ew rastek, hevkêşeya $\boldsymbol{C}$ di xaleke tenê de dibire.

**Mînak:**




$\boldsymbol{C}$ Ne girafîka fonksiyonê ye




$\boldsymbol{C}$ Girafîka fonksiyonê ye

**Xwendin û nivîsandina di girafîka fonksiyonê de:**

Eger $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{D} \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonek be û $\boldsymbol{C_f}$ girafîka wê be,

Û eger $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{f}(\boldsymbol{a}))$ xalek be ji $\boldsymbol{C_f}$

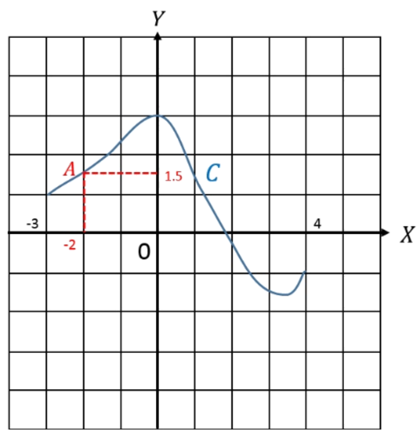
Li gorî vê, xala yekem $\boldsymbol{a}$ û ya duyem jî $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{a})$ ye.

### Mînak 1:

Girafîka li jêr $\boldsymbol{C}$ ya fonksiyona $\boldsymbol{f}$ di navbera $[-\mathbf{3}, \mathbf{4}]$ de ye.

Eger xala yekem **-2** be, ji bo dîtina xala duyem, em destpêkê vê xalê li ser $\boldsymbol{X}$ nîşan bikin. Ji vê xalê, rastekeke ku rastênhevî $\boldsymbol{Y}$ be xêz bikin ta ku $\boldsymbol{C}$ di xalekê de bibire. Em ji vê xalê, rastekeke din xêz bikin ku rastênhevî $\boldsymbol{X}$ be, xala hevbirîna wê rastekê bi $\boldsymbol{Y}$ re, dibe xala duyem û xuya ye ew jî **1.5** e.

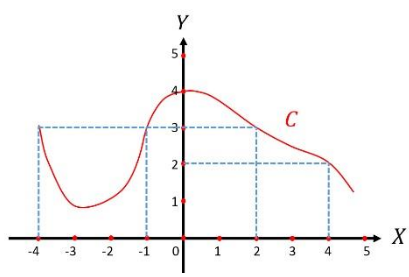
Ango $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{a}) = \mathbf{1.5}$ û $\boldsymbol{A}(-\mathbf{2},\ \mathbf{1.5})$.

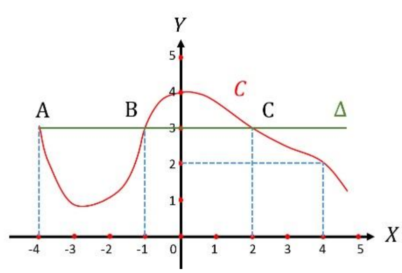



### Mînak 2:

Di girafîka li kêlekê de eger $\boldsymbol{C}$ girafîka $\boldsymbol{f}$ be û navbera wê $[-\mathbf{4},\ \mathbf{5}]$ be. Çareseriya hevkêşeyên li jêr bibîne:

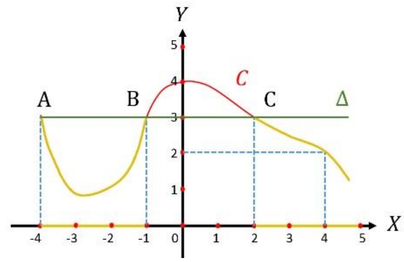
**1)** $f(x) = 3$
**2)** $f(x) < 3$



## Çareserî:

**1)** $\boldsymbol{f(x) = 3}$ Ji bo çareseriyê, divê em hemû xalên ku hejmara wan a duyem, ango li ser $\boldsymbol{X}$ bibînin, ji bo dîtina wan xalan, em rasteka $\boldsymbol{\Delta}$ ya ku di $\boldsymbol{Y = 3}$ re derbas dibe, xêz bikin. Xuya ye ku rasteka $\boldsymbol{\Delta}$ di sê xalan de $\mathbf{C}$ dibire, ew jî $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ û $\mathbf{C}$ ne.

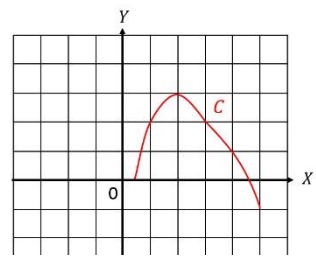



**2)** $\boldsymbol{f(x) < 3}$ bi nîşankirina xalên $\boldsymbol{C}$ yên ku dikevin bin rasteka $\boldsymbol{\Delta}$ de xalên **A**, **B** û **C** ne di nav de ne, di navbera diyarkirî de $[-4,\ 5]$, komika çareseriyê ev e:
$S = ]-4, -1[ \cup ]2, 5]$

## Hînkirin

**1)** Eger $\boldsymbol{C}$ girafîka $\boldsymbol{f}$ di $\mathbb{R}$ de li gorî $\boldsymbol{f(x) = x^2 + 3}$ be, kîjan ji xalên li jêr, endama $\boldsymbol{C}$ ye? Sê xalên din jî binivîse.
$A(6, 24)$, $B(-2, 7)$, $C(4, 15)$, $D(-3, 10)$

**2)** Di girafîka li kêlekê de eger $\boldsymbol{C}$ girafîka $\boldsymbol{f}$ di $D = [\frac{1}{2}, 5]$ be, ji yên li jêr, ên rast; bi (R) û yên şaş; bi (Ş) hêma bike.




**a)** Xala $D(4, 2)$ li ser $C$ ye.
**b)** Xala $A(2, 1)$ li ser $C$ ye.
**c)** Xala $F(5, -1)$ li ser $C$ ye.
**d)** $f(1) = 3$
**e)** $f(3) = 2$
**f)** $f(4) < 1$
**g)** $f(2) > 3$
**h)** $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

# FONKSIYONA ZÊDEKER Û KÊMKER

**Fonksiyona zêdeker:**

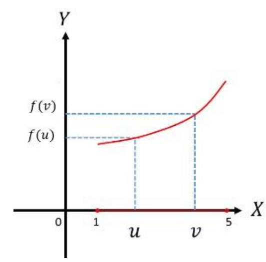
**Mînak:**

Her ku endamên malbatekê zêde dibin, bikaranîna wan a avê zêdetir dibe. Em ji karanîna avê ya li gorî endamên malbatê re dibêjin; **fonksiyoneke zêdeker** e.

Em ji fonksiyona $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{x} \mapsto \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ re dibêjin, zêdeker e. Eger bi zêdebûna nirxê $\boldsymbol{x}$ re nirxê $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ jî zêde bibe.

**Mînak:**

Girafîka li kêlekê ku navbera wê $[1,\ 5]$ fonksiyoneke zêdeker e.
Eger $\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u} \in [\mathbf{1},\ \mathbf{5}]$ û $\boldsymbol{v} > \boldsymbol{u}$ be,
wê demê; $\mathbf{f}(\boldsymbol{v}) > \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})$ ye.



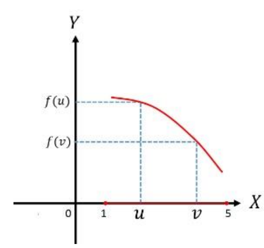

**Fonksiyona kêmker:**

**Mînak:**

Her ku em ji rûyê erdê bilindtir bibin, dewisîna hewayê kêmtir dibe. Em ji dewisîna hewayê ya li gorî bilindbûna ji erdê re dibêjin; **fonksiyoneke kêmker** e.

Em ji fonksiyona $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{x} \mapsto \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ re dibêjin, kêmker e. Eger bi zêdebûna nirxê $\boldsymbol{x}$ re nirxê $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ jî kêm bibe.

**Mînak:** Girafîka li kêlekê ku navbera wê $[1,\ 5]$ e, fonksiyoneke kêmker e.
Eger $\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u} \in [\mathbf{1},\ \mathbf{5}]$ û $\boldsymbol{v} > \boldsymbol{u}$ be,
wê demê; $\mathbf{f}(\boldsymbol{v}) < \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})$ ye.



## Cureyên fonksiyonên zêdeker / kêmker:

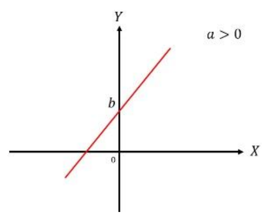
| Fonksiyon | Newekhevî | Mercê pêkanînê |
|---|---|---|
| Tam zêdeker | $v > u$ | $\mathrm{f}(v) > f(u)$ |
| Zêdeker | $v > u$ | $\mathrm{f}(v) \geq f(u)$ |
| Tam kêmker | $v > u$ | $\mathrm{f}(v) < f(u)$ |
| Kêmker | $v > u$ | $\mathrm{f}(v) \leq f(u)$ |

Di fonksiyoneke bi awayê $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}\,;\ f(x) = ax + b$ de sê rewş hene:

- ✓ Eger $\boldsymbol{a} > \mathbf{0}$ $be$, wê demê; $\boldsymbol{f}$ tam zêdeker e.
- ✓ Eger $\boldsymbol{a} < \mathbf{0}$ $be$, wê demê; $\boldsymbol{f}$ tam kêmker e.
- ✓ Eger $\boldsymbol{a} = \mathbf{0}$ $be$, wê demê; $\boldsymbol{f}$ neguhêr e.

**Tekezkirin:**

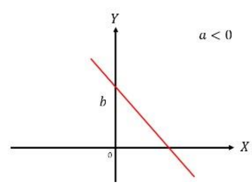
✓ Ji bo tekezkirina fonksiyona tam zêdeker, em ji $\boldsymbol{v} > \boldsymbol{u}$ ya ku hatiye dayîn, dest pê bikin, ta em tekez bikin ku $\mathbf{f}(\boldsymbol{v}) > \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})$ ye.
Li gorî girafîka li kêlekê tê dîtin,
eger $\boldsymbol{a} > \mathbf{0}$ û $\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u} \in \mathbb{R}$ ku $\boldsymbol{v} > \boldsymbol{u}$
ji bo hevrûkirina $\mathbf{f}(\boldsymbol{v})$ û $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})$, em derxistinê bi kar bînin:




$$\mathrm{f}(\boldsymbol{v}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}) = (\boldsymbol{av} + \boldsymbol{b}) - (\boldsymbol{au} + \boldsymbol{b})$$
$$= \boldsymbol{a}(\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}) > \mathbf{0}$$

Li gorî vê, mercê; $\boldsymbol{v} > \boldsymbol{u} \Rightarrow \mathbf{f}(\boldsymbol{v}) > \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})$ pêkhatî ye.

✓ Ji bo tekezkirina fonksiyona tam kêmker, em ji $\boldsymbol{v} > \boldsymbol{u}$ ya ku hatiye dayîn, dest pê bikin, ta em tekez bikin ku $\mathbf{f}(\boldsymbol{v}) < \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})$ ye. Li gorî girafîka li kêlekê tê dîtin, eger $\boldsymbol{a} < \mathbf{0}$ û $\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u} \in \mathbb{R}$ ku

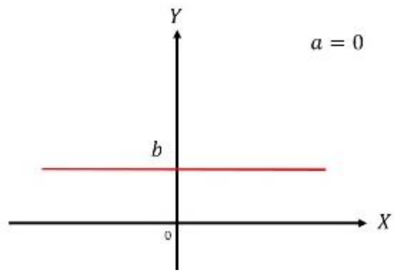



✓ $\boldsymbol{v} > \boldsymbol{u}$ , ji bo hevrûkirina $\mathbf{f}(\boldsymbol{v})$ û $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})$, em derxistinê bi kar bînin:

$$\mathrm{f}(v) - f(u) = (av + b) - (au + b)$$
$$= a(v - u) < 0$$

Li gorî vê, mercê; $v > u \Rightarrow f(v) < f(u)$ pêkhatî ye.

✓ Ji bo tekezkirina fonksiyona tam neguhêr, di rewşa $\boldsymbol{a} = \mathbf{0}$ de $\boldsymbol{f}$ her tim nirxê wê $\boldsymbol{b}$ ye. Ji ber vê yekê, neguhêr e.




**Mînak 1:**

Tekez bike ku fonksiyona li jêr, tam zêdeker e.

$f: [0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

**Çareserî:**

Ji bo tekezkirinê, em ji $u < v$ ya ku hatiye dayîn, dest pê bikin ta em tekez bikin ku $\mathrm{f}(u) < f(v)$

Eger $\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u} \in \mathbb{R}$ ku $\mathbf{0} \leq \boldsymbol{u} < \boldsymbol{v}$ ji bo hevrûkirina $\mathrm{f}(v)$ û $f(u)$ em derxistinê bi kar bînin;
$\mathrm{f}(u) - f(v) = u^2 - v^2 = (u + v)(u - v)$
Li gorî ku hatiye dayîn; $\boldsymbol{u} < \boldsymbol{v}$ wê demê; $u - v < 0$ (1)

Û $0 \leq u$ , $0 < v \Rightarrow 0 < u + v$ (2)

Em (1) û (2) li hev bidin:

$(u + v)(u - v) < 0$ (li gorî hevdana sembolan)
ango $u^2 - v^2 < 0 \Rightarrow u^2 < v^2 \Rightarrow \mathrm{f}(u) < f(v)$

**Mînak 2:**

Tekez bike ku fonksiyona li jêr, tam kêmker e.

$f: ] - \infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

**Çareserî:**

Ji bo tekezkirinê, em ji $u < v$ ya ku hatiye dayîn, dest pê bikin ta em tekez bikin ku $\mathrm{f}(u) > f(v)$

Eger $\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u} \in \mathbb{R}$ ku $\boldsymbol{u} < \boldsymbol{v} \leq \mathbf{0}$ ji bo hevrûkirina $\mathbf{f}(\boldsymbol{v})$ û $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})$ em derxistinê bi kar bînin:

$\mathrm{f}(u) - f(v) = u^2 - v^2 = (u+v)(u-v)$

Li gorî ku hatiye dayîn $\boldsymbol{u} < \boldsymbol{v}$ ye, wê demê; $u - v < 0$ (1)

Û $v \leq 0$ , $u < 0 \Rightarrow u + v < 0$ (2)

Em (1) û (2) li hev bidin:

$(u+v)(u-v) > 0$ (li gorî hevdana sembolan)

Ango $u^2 - v^2 > 0 \Rightarrow u^2 > v^2 \Rightarrow \mathrm{f}(u) > f(v)$

**Tabloya guherîna fonksiyonê**

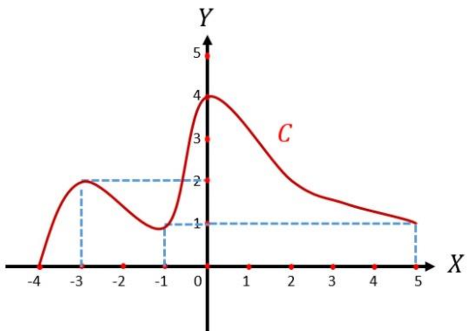
Hin fonksiyon hene ku di navberekê de carinan zêdeker û carinan kêmker in, em vê guhartinê di tabloya guherînê de nîşan dikin.

**Mînak:**

Di awayê li jêr de girafîka $\boldsymbol{C}$ fonksiyona $\boldsymbol{f}$ di navbera **]-4, 5[** de diyar dike.

Em vê girafîkê vekin;

- Di navbera ]-4, -3] de tam zêdeker e.
- Di navbera [-3, -1] de tam kêmker e.
- Di navbera [-1, 0] de tam zêdeker e.
- Di navbera [0, 5[ de tam kêmker e.




Em dikarin agahiyên li jor, di tabloyekê de nîşan bikin.

Tabloya guherîna fonksiyonê:

| $x$ | -4 | | $-3$ | | $-1$ | | $0$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | |

Di girafîka li jor de nirxê herî biçûk ê $\boldsymbol{f}$ yê, kîjan e?

Di girafîka li jor de nirxê herî mezin ê $\boldsymbol{f}$ yê, kîjan e?

Eger $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{D} \longmapsto \mathbb{R}$ û $I$ bergeheke ji $\boldsymbol{D}$ be;

Nirxê herî mezin ê $\boldsymbol{f}$ yê, di $\boldsymbol{I}$ de em jê re dibêjin $\boldsymbol{M}$, li gorî van her du mercan;

**1)** Eger $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{I} \Longrightarrow \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \leq \boldsymbol{M}$
**2)** Hejmarek heye $\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{I}$ ku $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{M}$

Nirxê herî biçûk ê $\boldsymbol{f}$ yê, di $\boldsymbol{I}$ de em jê re dibêjin $\boldsymbol{m}$, li gorî van her du mercan:

**1)** Eger $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{I} \Longrightarrow \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \geq \boldsymbol{m}$
**2)** Hejmarek heye $\boldsymbol{b} \in \boldsymbol{I}$ ku $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{m}$

**Mînak:**

Eger tabloya li jêr, guherîna fonksiyonekê be;

| $x$ | -5 | | $-4$ | | $0$ | | $4$ | | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↗ | $8$ | ↘ | $2$ | ↗ | $16$ | ↘ | |

**a)** Komika pênasan bibîne.
**b)** Guherîna $\boldsymbol{f}$ binivîse.
**c)** Nirxê herî mezin û yê herî biçûk bibîne.

**Çareserî:**

**a)** Di tabloyê de diyar e ku komika pênasan [-5, 7] e.
**b)** Ji bo nivîsandina guherînê, em navber navber binivîsin:
Di navbera [-5, -4] de $\boldsymbol{f}$ tam zêdeker e.
Di navbera [-4, 0] de $\boldsymbol{f}$ tam kêmker e.
Di navbera [0, 4] de $\boldsymbol{f}$ tam zêdeker e.
Di navbera [4, 7] de $\boldsymbol{f}$ tam kêmker e.

**c)** Nirxê herî mezin ê $\boldsymbol{f}$ yê; **16** û nirxê herî biçûk jî; **2** ye.

Hînkirin

**1)** Tekez bike ku fonksiyonên li jêr, di navberên diyarkirî de tam zêdeker in.

$f: x \longmapsto x^2 - 4x$ $\quad I$ = [2, +∞[

$f: x \longmapsto \sqrt{x}$ $\quad D_f$ = [0, +∞[

**2)** Tekez bike ku fonksiyonên li jêr, di navberên diyarkirî de tam kêmker in.

$f: x \longmapsto \frac{1}{x}$ $\quad D_f$ = ]-∞, 0[

$f: x \longmapsto \frac{1}{1+x^2}$ $\quad D_f$ = [0, +∞[

# PIRSÊN BEŞA DUYEM

1 Komika pênasên fonksiyonên li jêr, bibîne.

**1)** $f(x) = \frac{1}{x-2}$

**2)** $f(x) = \sqrt{x}$

**3)** $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x-1}}$

**4)** $f(x) = x^2 + 1$

**5)** $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

**6)** $f(x) = \sqrt{x^2 - 5}$

2 Eger $\boldsymbol{C}$ girafîka $\boldsymbol{f}$ di $\boldsymbol{R}$ de li gorî $\boldsymbol{f(x) = -2x + 5}$ çar xalên li ser $\boldsymbol{C}$ binivîse.

3 Cureyên fonksiyonên li jêr, li gorî navberên wan, bi riya tabloya guherîna fonksiyonê diyar bike.

**a)** $f(x) = x^3 - 3x + 2$

**b)** $f(x) = \frac{5}{x+2}$

**c)** $f(x) = x^4 - 4x + 3$

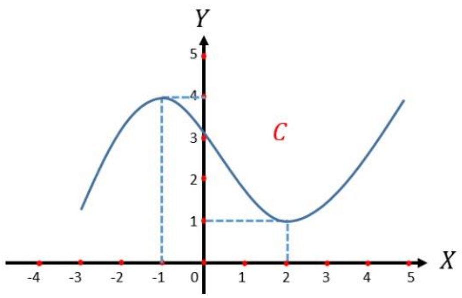
**d)** $f(x) = x - 4\sqrt{x}$

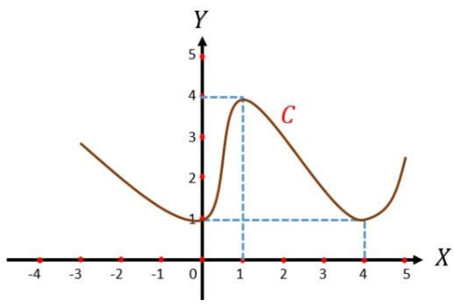
**e)** $f(x) = x^2 + 2x$

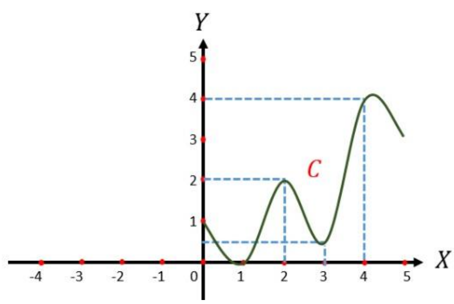
4 Girafîka fonksiyonê ya li gorî mercê diyarkirî, xêz bike.

$f(5) = 3$ , $f(1) = -2$ , $f(3) = 2$

5 Li gorî girafîkên li jêr, ji bo her yekê, tabloyeke guherînê xêz bike.

a)



b)



c)



6 Eger tabloya fonksiyonekê ev be, nirxên herî mezin û yên herî biçûk, li gorî navberên li jêr binivîse.

[-2, 0], [-1, 1], [o, 3], [1, 5]

| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 3 | -2 | 1 | 0 | 2 | -1 |

7 Komika pênasên fonksiyonên li jêr, bibîne.

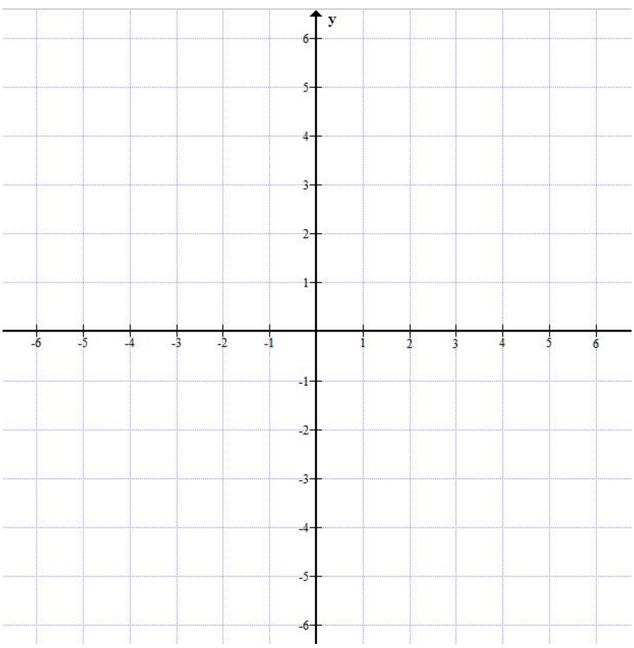
**a)** $2x^2 - 3x + 1$

**b)** $\frac{x-1}{x+1}$

**c)** $\sqrt{x+3}$

**d)** $2\sqrt{x^2 - 1}$

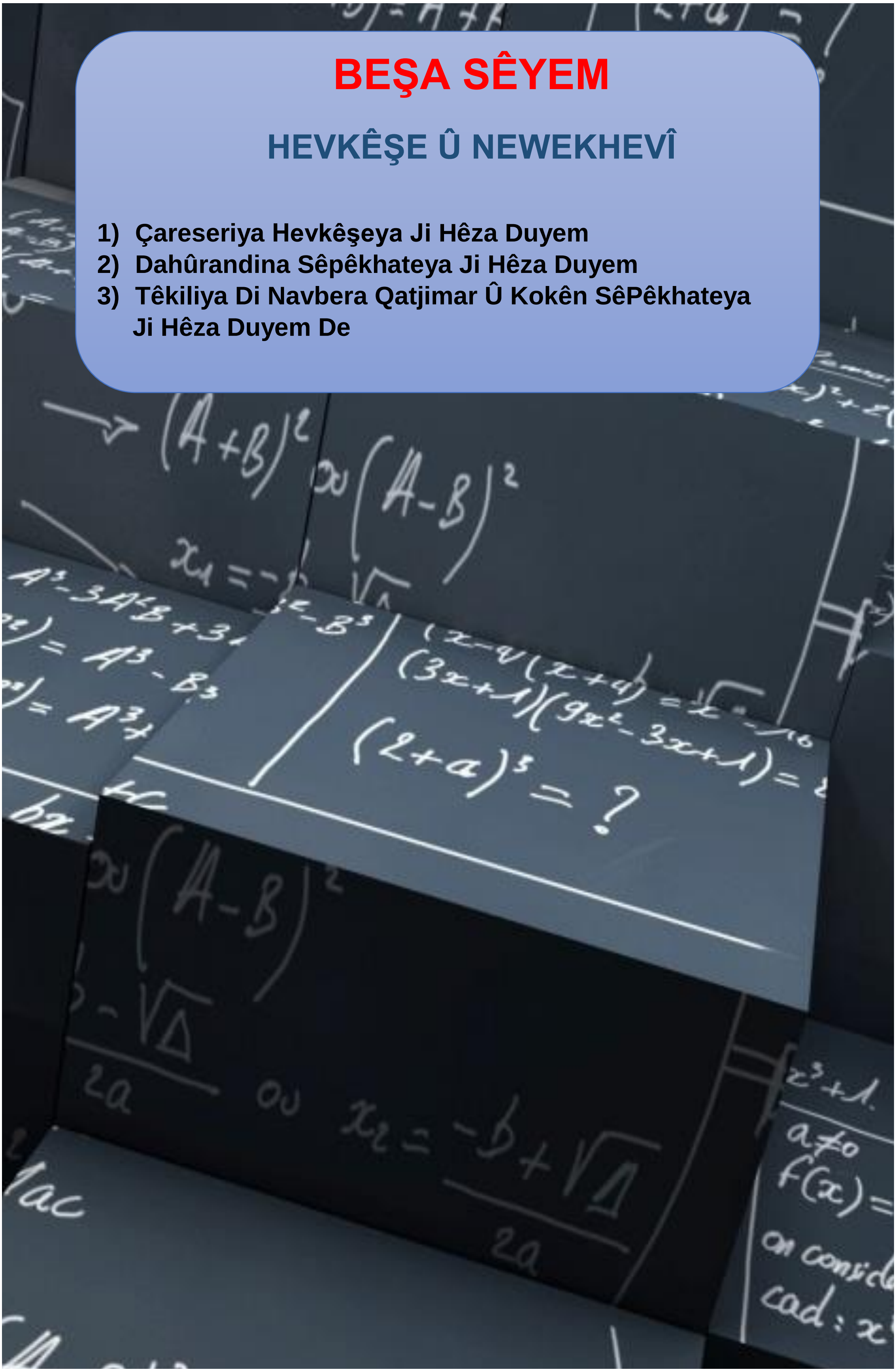
8 Grafîka $\boldsymbol{f(x) = x + 2}$ xêz bike.



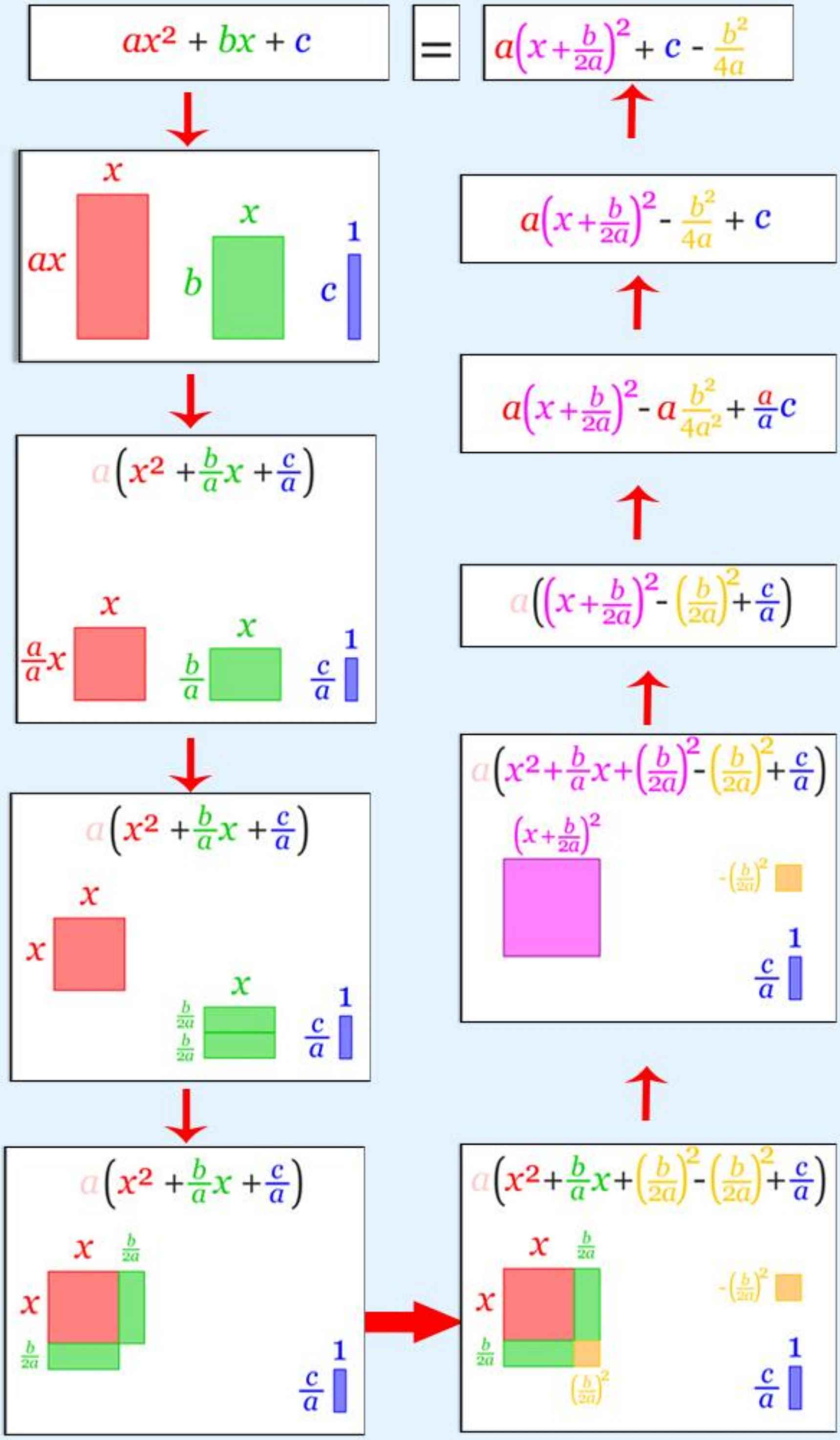
# BEŞA SÊYEM

## HEVKÊŞE Û NEWEKHEVÎ

1) Çareseriya Hevkêşeya Ji Hêza Duyem
2) Dahûrandina Sêpêkhateya Ji Hêza Duyem
3) Têkiliya Di Navbera Qatjimar Û Kokên SêPêkhateya Ji Hêza Duyem De



# BIDESTXISTINA DAMA TAM



## ÇARESERIYA HEVKÊŞEYA JI PILEYA DUYEM

Her fonksiyona ku bi vî awayî tê nivîsîn;

$f: \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R},\ f(x) = ax^2 + bx + c$ (a, b, c ∈ ℝ û a ≠ 0)
em jê re dibêjin; **Sêpêkhateya ji pileya duyem**.

Her hevkêşeya ku bi vî awayî tê nivîsîn $\boldsymbol{f(x) = 0}$
em jê re dibêjin; **Hevkêşeya ji pileya duyem** ku nenasa wê $\boldsymbol{x}$ e.

Her hejmara $\boldsymbol{t}$ ya ku vê hevkêşeyê $\boldsymbol{f(t) = 0}$ pêk tîne, em jê re dibêjin; **Çareseriya hevkêşeyê** ye.

**Forma asayî ya sêpêkhateya ji pileya duyem:**

Eger $x \mapsto f(x) = ax^2 + bx + c \qquad (a \neq 0)$

Em dikarin, bi vî awayî binivîsin;

$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$ (me $\boldsymbol{a}$ derxist derveyî kevanê)

Lê $x^2 + \frac{b}{a}x = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}$ (bidestxistina dama tam)

$$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$$

$$= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{4ac}{4a^2}\right]$$

$$= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

**Forma asayî ya sêpêkhateya ji pileya duyem:**

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

**Mînak:**

Sêpêkhateya li jêr, bi forma asayî binivîse û tekez bike ku $+\frac{7}{8}$ nirxê herî biçûk ê $\boldsymbol{p}$ ye.

$x \mapsto p(x) = 2x^2 + x + 1$

**Çareserî:**

$$2x^2 + x + 1 = 2\left(x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)$$

$$= 2\left(x^2 + 2\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}\right)$$

$$= 2\left[x^2 + 2\frac{1}{4}x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2}\right]$$

$$= 2\left[\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{16}\right]$$

$$p(x) = 2(x + \frac{1}{4})^2 + \frac{7}{8}$$

Em dizanin ku dama her hejmara rast, tam pozîtîf e (eger ne **0** be).

Li gorî vê:

$(\boldsymbol{x} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}})^{\mathbf{2}} \geq \mathbf{0}$ û li gorî wê $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}) \geq \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{8}} = \boldsymbol{p}\left(-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\right)$

Ango hejmara $\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{8}}$ nirxê herî biçûk ê $\boldsymbol{p}$ ye.

**Li ser forma asayî ya sêpêkhateya ji pileya duyem bihizire.**

$$ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

Em ji $b^2-4ac$ re dibêjin; **delta** û sembola wê jî ev e: $\Delta$

$$ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

Ango ji bo çareseriya hevkêşeya $ax^2+bx+c=0$

em nirxê deltayê bibînin; $\Delta=b^2-4ac$

1) Eger $\boldsymbol{\Delta<0}$ be, wê demê; $\boldsymbol{\frac{\Delta}{4a^2}}$ negatîf e û ji bo hemû nirxên $\boldsymbol{x}$, di navbera her du kevanan de pozîtîf e û çareseriya $\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}$ tune ye.
2) Eger $\boldsymbol{\Delta=0}$ be, wê demê; $\boldsymbol{ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}$ û ji ber ku $\boldsymbol{a\neq0}$ çareseriyeke tenê heye $\boldsymbol{x=-\frac{b}{2a}}$
3) Eger $\boldsymbol{\Delta>0}$ be, wê demê; $\boldsymbol{\Delta=(\sqrt{\Delta})^2}$ û

$$ax^2+bx+c=a\left\{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2\right\}$$

$$=a\left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)$$

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

$$=a\left(x+\frac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x+\frac{b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)$$

Eger em bêjin;

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ û $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

Wê demê; $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Ji ber ku $\boldsymbol{\Delta\neq0}$ du çareseriyên hevkêşeya $\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}$ hene:

**1)** $x=x_1$
**2)** $x=x_2$

**BI KURTASÎ**

Ji bo çareseriya hevkêşeya $\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}$ ku $\boldsymbol{\Delta = b^2-4ac}$

sê rê hene:

**1)** $\Delta < 0$ çareserî tune ye.

**2)** $\Delta = 0$ çareseriyeke tenê heye $x = -\frac{b}{2a}$

**3)** $\Delta > 0$ du çareserî hene;

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

### Mînak:

Hevkêşeyên li jêr, çareser bike.

**a)** $x^2-3x+4=0$

**b)** $3x^2-x-4=0$

**c)** $3x^2-\frac{7}{2}x+\frac{49}{48}=0$

### Çareserî:

**a)** $x^2-3x+4=0$ $(a=1,\quad b=-3,\quad c=4)$

$\Delta = b^2-4ac = (-3)^2-4\times1\times4 = -7$

Ji ber ku $\boldsymbol{\Delta < 0}$, çareseriya vê hevkêşeyê tune ye.

**b)** $3x^2-x-4=0$ $(a=3,\quad b=-1,\quad c=-4)$

$\Delta = b^2-4ac = (-1)^2-4\times3\times(-4) = 49$

Ji ber ku $\boldsymbol{\Delta > 0}$ du çareserî hene;

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1+7}{2\times3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1-7}{2\times3} = \frac{-6}{6} = -1$

**c)** $3x^2-\frac{7}{2}x+\frac{49}{48}=0$ $\quad (a=3, \quad b=-\frac{7}{2}, \quad c=\frac{49}{48})$

$\Delta=b^2-4ac=\left(-\frac{7}{2}\right)^2-4\times3\times\left(\frac{49}{48}\right)=\frac{49}{4}-\frac{49}{4}=0$

Ji ber ku $\boldsymbol{\Delta=0}$ çareseriyeke tenê heye;

$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-\frac{7}{2}}{2\times3}=\frac{7}{12}$

Dibe ku em her car ji bo çareseriya hevkêşeyan $\boldsymbol{\Delta}$ bi kar neyînin.

**Mînak:**

- Hevkêşeya $ax^2-c=0$ ya ku bi awayê

  $(\sqrt{a}\,x+\sqrt{c})(\sqrt{a}\,x-\sqrt{c})=0$ tê nivîsîn,

  komika çareseriyan $S=\left(-\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a}}\,,\ \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a}}\right)$

- Hevkêşeya $ax^2+bx=0$ ya ku bi awayê

  $x(ax+b)=0$ tê nivîsîn,

  komika çareseriyan $S=\left(-\frac{b}{a}\,,\ 0\right)$

**Mînak:**

Hevkêşeyên li jêr, çareser bike.

**1)** $2x^2-5=0$
**2)** $4x^2+7x=0$

**Çareserî:**

**1)** $2x^2-5=0$

$(\sqrt{2}x)^2-(\sqrt{5})^2=0$

$(\sqrt{2}x+\sqrt{5})(\sqrt{2}-\sqrt{5})=0$

$S=\left(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\,,\quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)$

**2)** $4x^2 + 7x = 0$

$x(4x + 7) = 0$

$S = \left(-\frac{7}{4}, \quad 0\right)$

Hînkirin

**1)** Hevkêşeyên li jêr, çareser bike.

**a)** $x^2 + x + 6 = 0$

**b)** $-x^2 - 2x + 1 = 0$

**c)** $u^2 + u + 20 = 0$

**d)** $m^2 + 3m + 2 = 0$

**e)** $3x^2 - 12x + 12 = 0$

**f)** $x^2 + x - 2 = 0$

**g)** $x^2 - 5x + 3 = 0$

**h)** $2x^2 - 3x - 2 = 0$

**2)** Çareseriya hevkêşeyên li jêr, bêyî bikaranîna **Δ** bibîne.

**a)** $x^2 - 6x = 0$

**b)** $x^2 + 9 = 0$

**c)** $x^2 - 16 = 0$

**d)** $-3 + (x - 2)^2 = 0$

**e)** $1 + (x - 1)^2 = 0$

## DAHÛRANDINA SÊPÊKHATEYA JI PILEYA DUYEM

Dahûrandina sêpêkhateya ji pileya duyem, li gorî çareseriya wê bi sê awayan tê dîtin.

Ji bo dahûrandina sêpêkhateya ji pileya duyem $x \longmapsto f(x) = ax^2 + bx + c$ ku $\Delta = b^2 - 4ac$ sê awa hene:

**1)** $\Delta < 0$ çareserî tune ye, dahûrandin jî tune ye.

**2)** $\Delta = 0$ çareseriyeke tenê heye $x = -\frac{b}{2a}$

dahûrandina wê jî, bi vî awayî ye: $f(x) = a(x + \frac{b}{2a})^2$

**3)** $\Delta > 0$ du çareserî hene: $x_1$ û $x_2$ û dahûrandin jî, bi vî awayî ye: $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Ji bo dîtina hêmaya sêpêkhateya ji pileya duyem $x \longmapsto f(x) = ax^2 + bx + c$ li gorî dahûrandinê, sê awa hene:

**1)** Eger $\boldsymbol{\Delta} < \mathbf{0}$ hêmaya $\boldsymbol{f(x)}$ weke hêmaya $\boldsymbol{a}$ ye.

**2)** Eger $\boldsymbol{\Delta} = \mathbf{0}$ hêmaya $\boldsymbol{f(x)}$ weke hêmaya $\boldsymbol{a}$ ye, lê eger nirxê $\boldsymbol{x} = -\frac{\boldsymbol{b}}{\mathbf{2}\boldsymbol{a}}$ be, wê demê; $\boldsymbol{f(x)} = \mathbf{0}$

**3)** Eger $\boldsymbol{\Delta} > \mathbf{0}$ hêmaya $\boldsymbol{f(x)}$ weke hêmaya $\boldsymbol{a}$ ye, lê di navbera her du çareseriyan de $\boldsymbol{x_1}$ û $x_2$ hêmaya $\boldsymbol{f(x)}$ dij hêmaya $\boldsymbol{a}$ ye.

Ji bo hêsanîkirina têgihîştinê, em li ser tabloyên li jêr bihizirin.

$x \longmapsto f(x) = ax^2 + bx + c$ Ji bo $\Delta > 0$

Dahûrandin, bi vî awayî ye; $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

| $x$ | $-\infty$ | | $x1$ | | $x2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | Weke hêmaya $a$ | 0 | Dij hêmaya $\boldsymbol{a}$ | 0 | Weke hêmaya $\boldsymbol{a}$ | |

$x \longmapsto f(x) = ax^2 + bx + c$ Ji bo $\Delta = 0$

Dahûrandin, bi vî awayî ye; $f(x) = a(x - x_0)^2$

| $x$ | $-\infty$ | $x_0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | Weke hêmaya $a$ | 0 | Weke hêmaya $a$ |

$x \mapsto f(x) = ax^2 + bx + c$ Ji bo $\Delta < 0$

Dahûrandina wê tune ye.

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $f(x)$ | Weke hêmaya $a$ | |

**Mînak:**

Sêpêkhateya li jêr, dahûrîne û hêmaya wê bibîne.

$p(x) = 3x^2 + 2x - 1$

**Çareserî:**

$3x^2 + 2x - 1 = 0$

$\Delta = 4 - 4(3)(-1) = 4 + 12 = 16 > 0$ du çareserî hene:

$x_1 = \frac{-2-4}{2(3)} = \frac{-6}{6} = -1$

$x_2 = \frac{-2+4}{2(3)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Dahûrandin, bi vî awayî ye; $p(x) = 3(x+1)(x - \frac{1}{3})$

Hêmaya $p(x)$ :

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | | $\frac{1}{3}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| P( $x$) | + | 0 | - | 0 | + |

## Hînkirin

**1)** Sêpêkhateyên li jêr, dahûrîne.

**a)** $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$

**b)** $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$

**c)** $f(x) = x^2 - 3x + 7$

**d)** $f(x) = 3x^2 + 6x - \frac{9}{4}$

**2)** Hêmaya sêpêkhateyên li jêr, bibîne.

**a)** $f(x) = x^2 + 2x + 1$

**b)** $f(x) = x^2 + 3x + 3$

**c)** $f(x) = -x^2 + 6x - 5$

**d)** $f(x) = x^2 + 3x - 4$

# TÊKILIYA DI NAVBERA QATJIMAR Û KOKA SÊPÊKHATEYA JI PILEYA DUYEM DE

Eger sêpêkhateya $\boldsymbol{x} \mapsto \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{a}\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}} + \boldsymbol{b}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{c}$ hebe û

$\boldsymbol{\Delta} = \boldsymbol{b}^{\mathbf{2}} - \mathbf{4}\boldsymbol{a}\boldsymbol{c}$ tam pozîtîf be, li gorî vê; du çareserî hene; $\boldsymbol{x}_{\mathbf{1}}$ û $\boldsymbol{x}_{\mathbf{2}}$ me dît ku wekhevî, bi vî awayî tê nivîsandin:

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ û bi vekirina vê wekheviyê re;

$ax^2 + bx + c = ax^2 - a(x_1 + x_2)x + ax_1x_2$

Ji ber ku ev wekhevî, ji bo hemû nirxên $\boldsymbol{x}$ rast e.
Wê demê; ji bo $\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ jî rast e, ango;

$c = ax_1x_2$ an jî $x_1x_2 = \dfrac{c}{a}$

Em vê di wekheviyê de bi cih bikin;

$ax^2 + bx + ax_1x_2 = ax^2 - a(x_1 + x_2)x + ax_1x_2$

$ax^2 + bx = ax^2 - a(x_1 + x_2)x$

Niha ji bo $x = 1$ ev tê dîtin;

$b = -a(x_1 + x_2)$ an jî $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$

**Mînak:**

Eger $x^2 - 2x - \sqrt{2} = 0$ hevkêşeyek be, bêyî dîtina $\boldsymbol{x}_{\mathbf{1}}$ û $\boldsymbol{x}_{\mathbf{2}}$
$A = {x_1}^2 + {x_2}^2$ bibîne.

**Çareserî:**

Eger $\boldsymbol{x}_{\mathbf{1}}$ û $\boldsymbol{x}_{\mathbf{2}}$ çareseriyên hevkêşeyê bin, wê demê:

${x_1}^2 = 2x_1 + \sqrt{2}$

${x_2}^2 = 2x_2 + \sqrt{2}$

Em her du wekheviyan, alî bi alî kom bikin;

$A = \ {x_1}^2 + {x_2}^2 = \ 2(x_1 + x_2) + 2\sqrt{2}$

Lê em dizanin ku $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2$ li gorî vê;

$A = \ {x_1}^2 + {x_2}^2 = 2\times 2 + 2\sqrt{2} = 4 + 2\sqrt{2}$

**Hînkirin**

❖ Hevkêşeyên li jêr çareser bike, hevdan û komkirina her du çareseriyan (eger hebin) bibîne.

a) $-3x^2 + 2x + 5 = 0$

b) $x^2 - 7x + 6 = 0$

c) $x^2 + 5x + 4 = 0$

d) $x^2 + 3x - 10 = 0$

e) $2x^2 + \sqrt{5}\,x - 15 = 0$

f) $x^2 - \sqrt{2}\,x - 4 = 0$

g) $x^2 - 5x - 6 = 0$

# PIRSÊN BEŞA SÊYEM

**1** Eger sêpêkhateya ji pileya duyem $p(x) = ax^2 + bx + c = 0$ ku $a \neq 0$ li gorî vê, yên li jêr bibîne.

**a)** $p(0)$

**b)** $\frac{p(1)+p\,(-1)}{2}$

**c)** $\frac{p(1)+p\,(-1)-2p(0)}{2}$

**2** Hêmaya sê pêkhateyên li jêr, bibîne.

**a)** $x^2 - x - 2 = 0$

**b)** $-2x^2 - x - 1 = 0$

**c)** $2 - 3x + x^2 = 0$

**d)** $2x^2 - 4x + 2 = 0$

**3** Hevkêşeyên li jêr, çareser bike.

**a)** $3x(x-1) + x^2 - 1 = 0$

**b)** $4x^2 + (x+2)(x+1) = 2$

**c)** $5x(x+1) - 5x - 5 = 0$

**d)** $4(x+2)^2 - 2(x+1)^2 = 0$

**e)** $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{3x-5} = \frac{5}{10}$

4 Çareseriya newekheviyên li jêr, bibîne.

**a)** $\frac{x+5}{1-x} \geq -3$

**b)** $(x+1)(x+2) < 2x+6$

**c)** $\frac{-2+3x-x^2}{x^2+2x+1} \leq 0$

5 Hevkêşeyên li jêr, çareser bike.

**a)** $x^4 - 3x^2 - 10 = 0$

**b)** $x^4 - 13x + 42 = 0$

**c)** $x^2 - 8x - 9 = 0$

**d)** $\sqrt{9-x} = x-3$

**e)** $\sqrt{3x-6} = x-2$

**f)** $\sqrt{16-x} = x+1$ li gorî ku: $a = b^2$ , $\sqrt{a} = b$

6 Hevkêşeyên li jêr, çareser bike (li gorî ku: $a^2 = b^2$).

**a)** $\sqrt{2x+2} = \sqrt{x^2-x-6}$

**b)** $\sqrt{x+12} = \sqrt{x^2-2x+8}$

7 Navberên newekheviyên li jêr, bibîne.

**a)** $x - 3 > 4$

**b)** $x - 1 < 0$

**c)** $x^4 - 4 \leq 1$

**d)** $2x + 8 \geq 0$

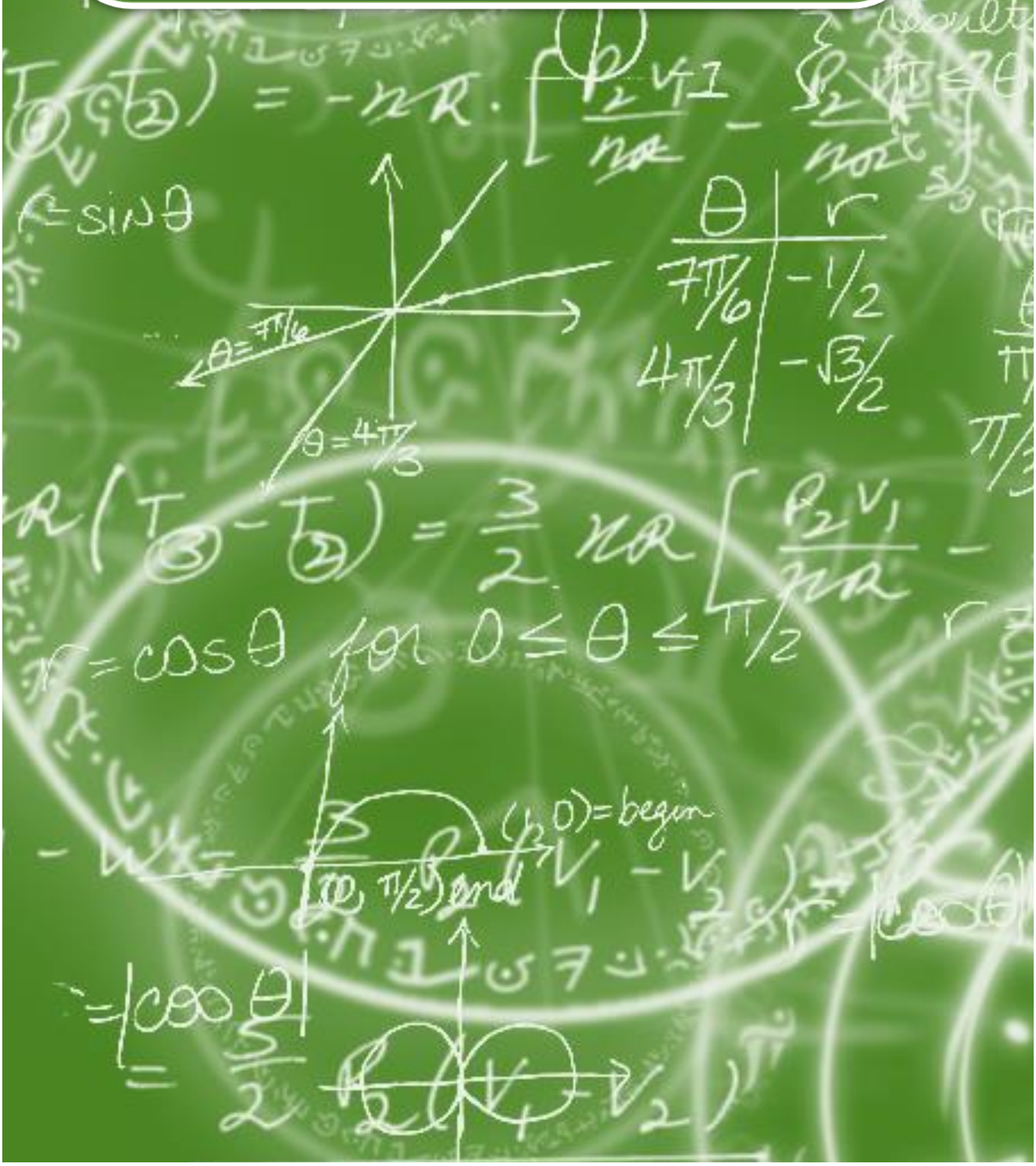
8 Bi mercê ku $\boldsymbol{\Delta = 0}$ be, nirxê $\boldsymbol{t}$ bibîne.

$x^2 - 10x + t + 18 = 0$

# BEŞA ÇAREM

# FONKSIYONÊN NASKIRÎ

1) FONKSIYONÊN JI PILEYA DUYEM
2) FONKSIYONÊN VAJÎ
3) BAZINÊ SÊGOŞEYÎ
4) RÊJEYÊN SÊGOŞEYÎ



# FONKSIYONÊN JI PILEYA DUYEM

**Fonksiyona damî $\boldsymbol{f(x) = x^2}$**

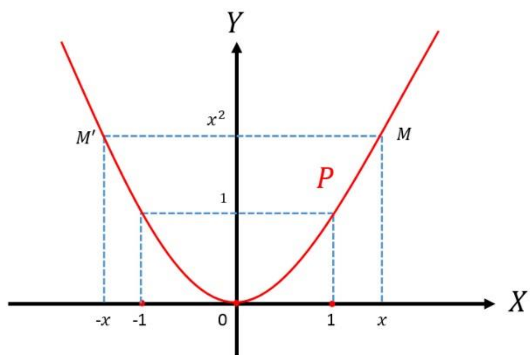
Me beriya niha dîtibû ku;

- $f(x) = x^2$ di navbera $]-\infty, 0]$ de tam zêdeker e.
- $f(x) = x^2$ di navbera $[0, +\infty[$ de tam kêmker e.

Li gorî vê, di tabloya guherîna fonksiyonê de tê dîtin ku nirxê herî biçûk $\boldsymbol{f(x) = 0}$ e.

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $x \longmapsto x^2$ | $\searrow$ | 0 | $\nearrow$ |

Girafîka wê jî, bi vî awayî ye;




Ji girafîka $\boldsymbol{P}$ re, **parabol** tê gotin û **0** jî lûtkeya wê ye.

Li vir tewareya $\boldsymbol{Y}$ tewareya hemalî ye ji bo parabolê, ji ber ku ji bo $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}$ her du xalên hemalî $\mathbf{M}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x^2})$ û $\mathbf{M}'(-\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x^2})$ endamên parabolê ne.

**Fonksiyona ji pileya duyem $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$**

Eger $f: \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R},\ f(x) = ax^2 + bx + c$ be ku $a \neq 0$ li gorî vê:

- Eger: $a > 0$

  Fonksiyon, di navbera $]-\infty, -\frac{b}{2a}]$ de tam kêmker e.

  Fonksiyon, di navbera $[-\frac{b}{2a}, +\infty[$ de tam zêdeker e.

| $x$ | $-\infty$ | $-\dfrac{b}{2a}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $\searrow$ | $m$ | $\nearrow$ |

Li vir nirxê herî biçûk $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = m$

❖ Eger: $a < 0$

Fonksiyon, di navbera $[-\frac{b}{2a}, +\infty[$ de tam kêmker e.

Fonksiyon, di navbera $]-\infty, -\frac{b}{2a}]$ de tam zêdeker e.

| $x$ | $-\infty$ | $-\dfrac{b}{2a}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $\nearrow$ | $M$ | $\searrow$ |

Li vir nirxê herî mezin, $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = M$

Eger $f: \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ be ku $a \neq 0$

- Em ji girafîka wê re dibêjin, **parabol** û sembola wê jî $\boldsymbol{P}$ ye.
- Lûtkeya wê, di xala $x = -\frac{b}{2a}$ de ye.
- Eger $a > 0$ berê lûtkeya wê bi jêr de be û nirxê wê yê herî biçûk $x = -\frac{b}{2a}$
- Eger $a < 0$ berê lûtkeya wê bi jor de be û nirxê wê yê herî mezin $x = -\frac{b}{2a}$
- Rasteka ku di lûtkeyê re derbas dibe û rastênhevî tewareya $\boldsymbol{Y}$ be, ew dibe tewareya hemalî ya parabolê.

**Mînak:**

Eger: $f: \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}$, $f(x) = -2x^2 - 4x + 3$

**1)** Tabloya guherîna $\boldsymbol{f}$ xêz bike û nirxê herî mezin nîşan bike.

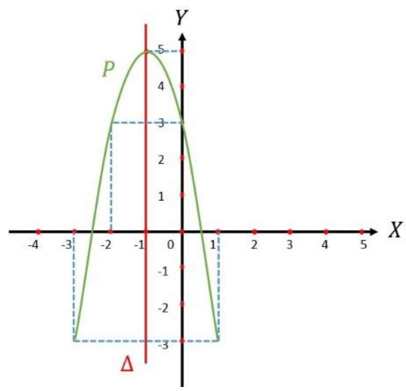
**2)** Tewareya hemalî $\boldsymbol{P}$ ji bo $\boldsymbol{f}$ xêz bike.
**3)** Çareseriya hevkêşeya $\boldsymbol{f(x)}$ bibîne.

**Çareserî:**

**1)** Ji bo $f(x) = -2x^2 - 4x + 3$ em dizanin ku $a = -2, b = -4, c = 3$ û ji ber ku nirxê $\boldsymbol{a}$ negatîf e, berê lûtkeyê bi jor de ye, em xala lûtkeyê bibînin;
$f(x) = -2x^2 - 4x + 3 = -2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 3$
$= -2(x^2 + 2x + 1) + 2 + 3 = -2(x + 1)^2 + 5$
Nirxê xala yekem li ser tewareya $\boldsymbol{X}$ ew e dema ku $-2(x+1)^2$ ango dema $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$
û nirxê xala duyem $y = 0 + 5 = 5$ li gorî vê, xala lûtkeyê $M(-1, 5)$ em tabloya guherînê xêz bikin;

| $x$ | $-\infty \qquad -1 \qquad +\infty$ |
|---|---|
| $f(x)$ | $\nearrow \quad 5 \quad \searrow$ |

**2)** Tewareya hemalî $\boldsymbol{P}$ di lûtkeyê re derbas dibe û hevkêşeya wê $x = -1$ e. Em tewareyê xêz bikin, lûtkeyê nîşan bikin, çend xalên alîkar $(0, 3), B(1, -3)$ nîşan bikin, hemaliyên wan jî $C, D$ nîşan bikin û li gorî wan; em $\boldsymbol{P}$ bi baldarî xêz bikin.




**3)** $-2x^2 - 4x + 3 = 0$
$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4\times(-2)\times3 = 16 + 24 = 40 > 0$ du çareserî hene $\sqrt{\Delta} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4-2\sqrt{10}}{-4} = \frac{-2+\sqrt{10}}{2} = -1 + \frac{1}{2}\sqrt{10}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4+2\sqrt{10}}{-4} = \frac{-2-\sqrt{10}}{2} = -1 - \frac{1}{2}\sqrt{10}$$

## Hînkirin

**1)** Tabloya guherîna $f: x \longmapsto x^3$ temam bike.

| $x$ | $-\infty$ | | $-6$ | | $0$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↘ | ....... | ↘ | 0 | ↗ | ...... | ↗ | |

Eger:

**a)** $x < -6$ be, wê demê; $x^3 < \cdots$
**b)** $x \geq 4$ be, wê demê; $x^3 \geq \cdots$
**c)** $4 < x \leq -6$ be, wê demê; ... $< x^3 \leq \cdots$

**2)** Eger: $\boldsymbol{f: x \longmapsto x^2}$ be, raveyên li jêr, yên rast; bi tîpa (R) ên şaş; bi tîpa (Ş) hêma bike.

**a)** $x > 5 \Longrightarrow x^2 > 25$
**b)** $x < -7 \Longrightarrow x^2 \geq 49$
**c)** $x \leq \frac{1}{2} \Longrightarrow x^2 \leq \frac{1}{4}$

**3)** Tabloya guherînê ya her fonksiyonê xêz bike û nirxê herî biçûk û yê herî mezin bibîne.

**a)** $3x^2 + 2x - 1$

**b)** $5x^2 - x + 1$

**c)** $x^2 + x - 2$

**d)** $-4x^2 - 4x + 1$

**e)** $x^2 - 5$

**f)** $4 + x^2$

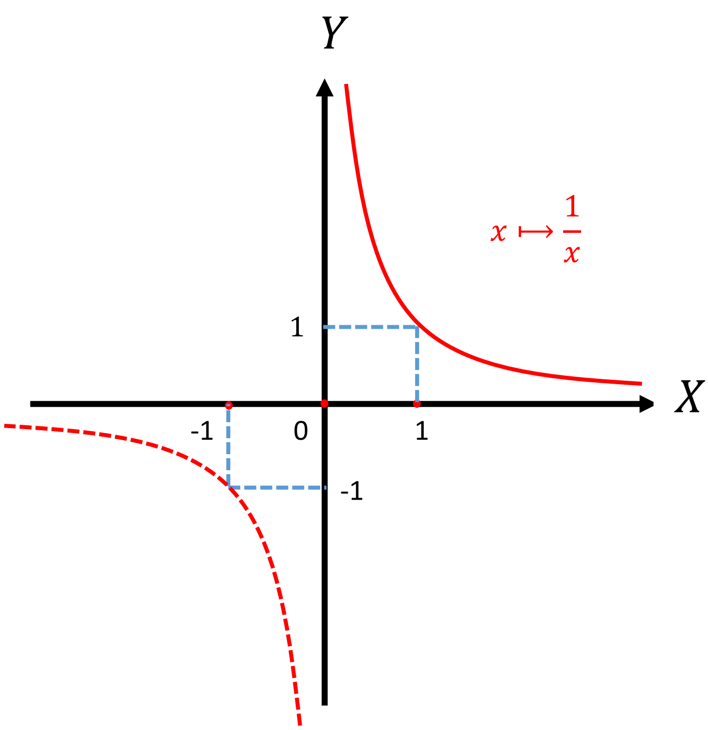
## FONKSIYONA VAJÎ

Fonksiyona vajî $\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{x}}$

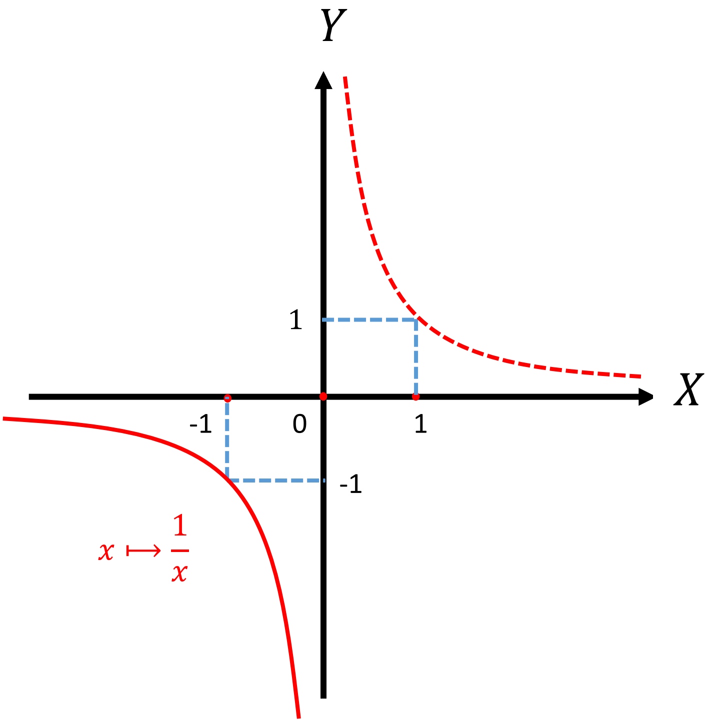
Her hejmara rast (ji bilî 0) vajiyê wê heye. Ji ber vê yekê, navbera fonksiyona $f(x) = \frac{1}{x}$ $D = ]-\infty, 0[ \cup ]0, +\infty[$ ango $\mathbb{R}^*$ e.

Di fonksiyona vajî de $\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{x}}$

- Fonksiyon, di navbera $]\mathbf{0}, +\infty[$ de tam kêmker e.
- Fonksiyon, di navbera $]-\infty, \mathbf{0}[$ de tam kêmker e.
- $\boldsymbol{f(u) - f(v) = \frac{1}{u} - \frac{1}{v} = \frac{v-u}{uv}}$



**Fonksiyona vajî, di navbera $]0,+\infty[$ de tam kêmker e.**




**Fonksiyona vajî, di navbera $]-\infty,0[$ de tam kêmker e.**

Li gorî vê, tabloya guherîna fonksiyonê, bi vî awayî ye;

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $x \longmapsto \frac{1}{x}$ | $\searrow$ | $\|\|$ | $\searrow$ |

Ji girafîka fonksiyonê re **hîperbol** tê gotin û sembola wê jî $\mathcal{H}$ ye.

- Eger $\boldsymbol{x}$ pozîtîf û mezin be, wê demê; $\boldsymbol{\frac{1}{x}}$ nêzî **0** dibe û $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\frac{1}{x}})$ nêzî tewareya $\boldsymbol{X}$ dibe.
- Eger $\boldsymbol{x}$ pozîtîf û nêzî **0** be, wê demê; $\boldsymbol{\frac{1}{x}}$ gelekî mezin e û $\boldsymbol{M}\left(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\frac{1}{x}}\right)$ bilind e û nêzî tewareya $\boldsymbol{Y}$ dibe.
- Girafîka fonksiyona vajî, bi her du tewareyan re hevnebir e.

**Mînak:**

Em $f:\mathbb{R}^* \longmapsto \mathbb{R}^*, f(x) = -\frac{2}{x}$ tabloya guherînê û girafîka wê xêz bikin.

**Çareserî:**

Destpêkê em $\boldsymbol{f}$ di navbera $]0,+\infty[$ de bibînin. Em dizanin ku fonksiyona $g: x \longmapsto \frac{1}{x}$ di navbera $]0,+\infty[$ de tam negatîf e.

Eger $v, u \in \mathbb{R}^*$ û $u < v$ be, li gorî vê;

$\frac{1}{v} < \frac{1}{u} \Rightarrow -\frac{1}{u} < -\frac{1}{v}$ (me her du alî hevdanî -1 kir)

Li gorî vê, $\boldsymbol{f}$ di navbera $]0,+\infty[$ de tam zêdeker e.

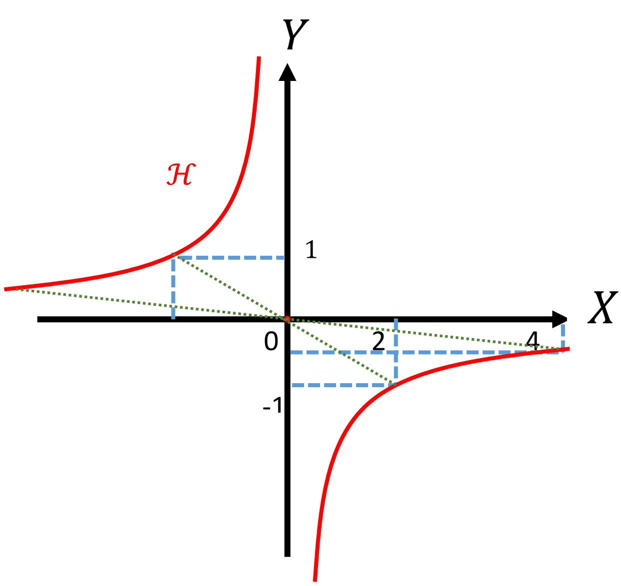
Bi heman awayî; $\boldsymbol{f}$ di navbera $]-\infty,0[$ de tam zêdeker e.

Em tabloya guherîna $\boldsymbol{f}$ xêz bikin.

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | ↗ | ‖ | ↗ |

Ji bo xêzkirina girafîkê, em çend xalan nîşan bikin;

$\left(\frac{1}{2},-4\right),\left(4,-\frac{1}{2}\right),(2,-1),(1,-2)$



## Hînkirin

**1)** Newekheviyên li jêr, çareser bike.

**a)** $0 < \frac{1}{x} < \frac{1}{9}$

**b)** $-\frac{1}{16} < \frac{1}{x}$

**c)** $\frac{1}{x} > \frac{5}{4}$

**d)** $7 \leq \frac{1}{x} \leq 8$

**2)** Eger $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ ku $D_f = ]-\infty, 3[ \cup ]3, +\infty[$ be.

**a)** Çima nirxê $x = 3$ ji komika pênasan hatiye rakirin?

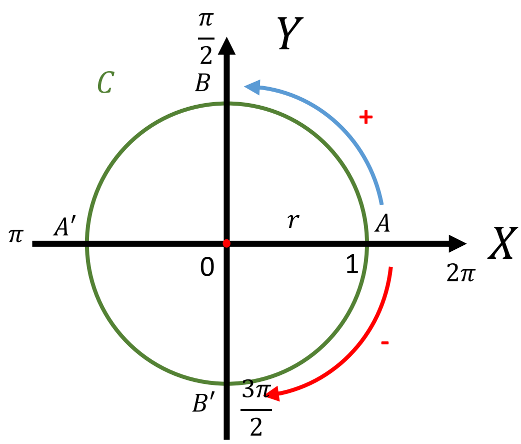
**b)** Guherîna $\boldsymbol{f}$ ya di navberên $I_1 = ]-\infty, 3[$ û $I_2 = ]3, +\infty[$ de bibîne.

**c)** Tabloya guherîna $\boldsymbol{f}$ xêz bike.

**3)** Eger $\boldsymbol{f(x) = x + \frac{1}{x^2}}$ be, komika pênasan û guherîna wê bibîne.

## BAZINÊ SÊGOŞEYÎ

Eger em di kordînatê de bazinekî xêz bikin ku navenda wî **0** û nîveşkêla wî jî $\boldsymbol{r}$ be, em ji vî bazinî re dibêjin **bazinê sêgoşeyî.**




Di awayê li jor de bazinê $\boldsymbol{C}$ bazinekî sêgoşeyî ye ku çar xal li ser hatine nîşankirin $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{A'}$ û $\boldsymbol{B'}$

**Tevgera li ser bazinê sêgoşeyî:**

Eger em ji xala $\boldsymbol{A}$ dest bi tevgerekê bikin (Dibe ku em çend caran bizivirin).

Tevgera **rasterast** (dijî tevgera tîrên demjimêrê) pozîtîf e, wê demê $\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}$ û em ber bi xala $\boldsymbol{B}$ ve diçin.

Tevgera **nerasterast** (tevgera li gorî tîrên demjimêrê) negatîf e, wê demê $\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{0}$ û em ber bi xala $\boldsymbol{B'}$ ve diçin.

Em dizanin ku derdora bazin $\boldsymbol{P = 2\pi r}$ ye. Lê di mînaka me de $r = 1$ e, wê demê; $\boldsymbol{P = 2\pi}$ li gorî vê;

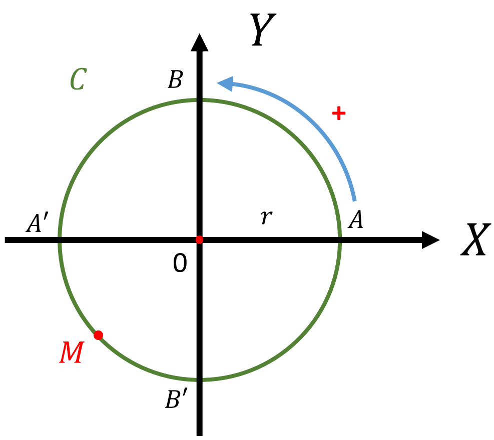
- Di tevgera pozîtîf de xala $B = \frac{\pi}{2}$, $A' = \pi$ û $B' = \frac{3\pi}{2}$ ...
- Di tevgera negatîf de xala $B' = -\frac{\pi}{2}$, $A' = -\pi$ û
  $$B' = -\frac{3\pi}{2} \ldots$$

### Mînak:

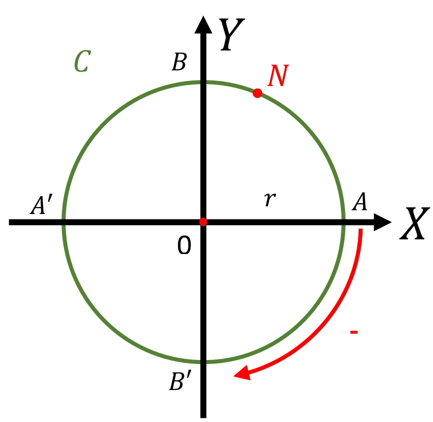
Xala $M = \frac{621\,\pi}{4}$ û $N = -\frac{29\pi}{3}$ li ser bazinê sêgoşeyî nîşan bike.

### Çareserî:

- Ji bo nîşankirina xala $M = \frac{621\,\pi}{4}$ em dizanin ku hejmar pozîtîf e. Ango em ê rasterast li ser bazin tevger bikin. Destpêkê 621 belavî 4 bikin, 621 ÷ 4 = 155 û ya maye 1 e. Ango 621 = 155 × 4 + 1 li gorî wê $\frac{621\,\pi}{4} = 155\,\pi + \frac{\pi}{4}$ em $155\pi$ belavî derdora bazin bikin $\frac{155\,\pi}{2\pi} = 77$ û nîv car zivirîn, $\frac{621\,\pi}{4} = 77$ û nîv car zivirîn û $\frac{\pi}{4}$.



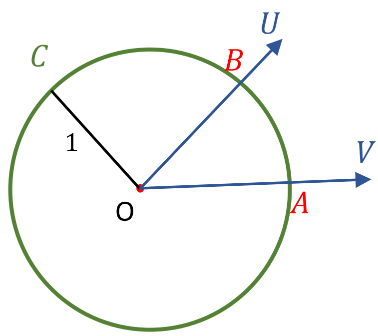

- Ji bo nîşankirina xala $N = -\frac{29\pi}{3}$, em dizanin ku hejmar negatîf e. Ango em ê nerasterast li ser bazin tevger bikin. Em dizanin ku $\frac{29\pi}{3} = 9\pi + \frac{2\pi}{3}$ (ji ber ku 29 belavî 3 yeksanî 9 û ya maye 2 ye), lê $9\pi$ çar car û nîv car zivirîn in, em çar û nîv carê di aliyê



negatîf de bizivirin, em ê bigihêjin xala $A'$ û ji wir em $\frac{2\pi}{3}$ jî bi aliyê negatîf de berdewam bikin, digihêjin xala $N$.

**Pîvaneke nû ya qiraçan:**

Ji bo ku em pîvana qiraça $U\hat{O}V$ nas bikin, em bazinê sêgoşeyî $C$ yê ku navenda wê $O$ ye, xêz bikin.




Pîvana qiraça $U\hat{O}V$ bi mena **radyan** tê dayîn.

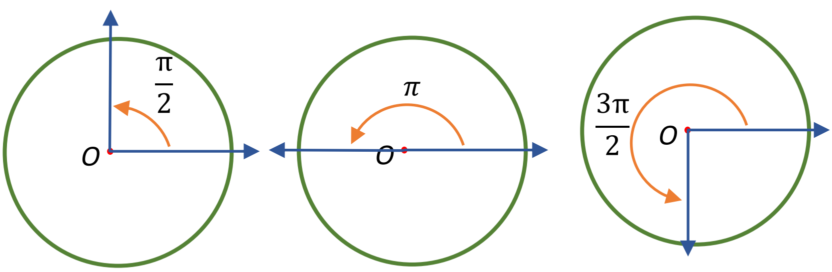
**Mînak:**

Di awayên li jêr de;

Awayê **(1)** qiraça tîk, pîvana wê $\frac{\pi}{2}$ radyan e.

Awayê **(2)** qiraça rast, pîvana wê $\pi$ radyan e.

Awayê **(3)** pîvana qiraçê $\frac{3\pi}{2}$ radyan e .




(1) (2) (3)

- Eger $a$ qiraçek be ji bazinekî sêgoşeyî ku nîveşkêla wî $R$ ye, li gorî vê; dirêjahiya kevana beramberî wê qiraçê yeksanî $a\,R$ ye.
- Qiraça ku pîvana wê $A°$ yeksanî $\frac{A\pi}{180}$ radyan e.

Ji bo ku em karibin guhartina pîvana qiraçan a di navbera radyan û pileyan de çêkin, em ê rêjdariyekê di navbera wan de pêk bînin.

| | | |
|---|---|---|
| Pîvana bi pileyan | $d$ | 180 |
| Pîvana bi radyan | $a$ | $\pi$ |

**Pîvanên hin qiraçên navdar:**

| Pîvana bi pileyan | 30 | 45 | 60 | 90 | 120 | 135 | 150 | 180 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Pîvana bi radyan | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\pi$ |

## Mînak

- Qiraça ku pîvana wê $\mathbf{20°}$ be, çend radyan e?
- Qiraça ku pîvana wê $\frac{\mathbf{2\pi}}{\mathbf{7}}$ radyan be, çend pile ye?

## Çareserî:

Em sûdê ji rêjdariya $\frac{d}{a} = \frac{180}{\pi}$ bigirin;

$$\frac{d}{a} = \frac{180}{\pi} \Rightarrow \frac{20}{a} = \frac{180}{\pi} \Rightarrow a = \frac{20\pi}{180} = \frac{\pi}{9} \text{ radyan}$$

$$\frac{d}{a} = \frac{180}{\pi} \Rightarrow \frac{d}{\frac{2\pi}{7}} = \frac{180}{\pi} \Rightarrow d = \frac{180 \times \frac{2\pi}{7}}{\pi} = \frac{360}{7} \approx 51°\, 26'\,.$$

## Hînkirin

**1)** Eger $C$ bazinekî sêgoşeyî û nîveşkêla wî 10 cm be, pîvanên kevanên li beramberî qiraçên navendî yên li jêr, bibîne.

**a)** Bi pileyan: $30°,\ 120°,\ 180°$

**b)** Bi radyan: $\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{3},\ \frac{2\pi}{3}$

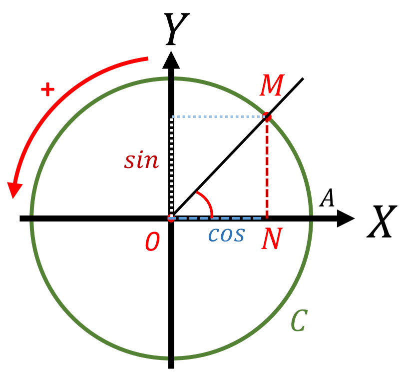
**2)** Bazinekî sêgoşeyî xêz bike û xalên li jêr, li ser nîşan bike.

**a)** $v = \frac{10\pi}{5}$ **b)** $u = -\frac{13\pi}{6}$ **c)** $t = -\frac{5\pi}{4}$

**d)** $x = \frac{7\pi}{6}$ **e)** $y = \frac{4\pi}{6}$ **f)** $z = -\frac{17\pi}{4}$

# RÊJEYÊN SÊGOŞEYÎ

**Li ser awayê li kêlekê bihizire.**




Di bazinê sêgoşeyî ***C*** de eger $\boldsymbol{x}$ hejmareke rast be, ku bi xala ***M*** hatiye nîşankirin, her du xalên wî yên li ser kordînatê, dibin her du kenarên tîk ên sêgoşeya tîk $\overset{\triangle}{MNO}$.

Me di sala borî de dîtibû ku di sêgoşeya tîk de $\overset{\triangle}{MNO}$ û li gorî qiraça $\hat{O}$:

$$\sin x = \frac{beramber}{jen} = \frac{MN}{MO}$$

$$\cos x = \frac{c\hat{\imath}ran}{jen} = \frac{ON}{MO}$$

$$\tan x = \frac{beramber}{c\hat{\imath}ran} = \frac{MN}{ON}$$

$$\cot x = \frac{c\hat{\imath}ran}{beramber} = \frac{ON}{MN}$$

Lê li gorî bazinê sêgoşeyî, xala $M$ li ser tewareya $X$; $\cos x$ û li ser tewareya $Y$; $\sin x$ e. Ango $M(cosx, sinx)$

Em dizanin ku:

$sin^2x + cos^2x = MO^2$ (di sêgoşeya tîk de $MNO$ )

Lê $MO = 1 \Rightarrow$ $\boxed{sin^2x + cos^2x = 1}$

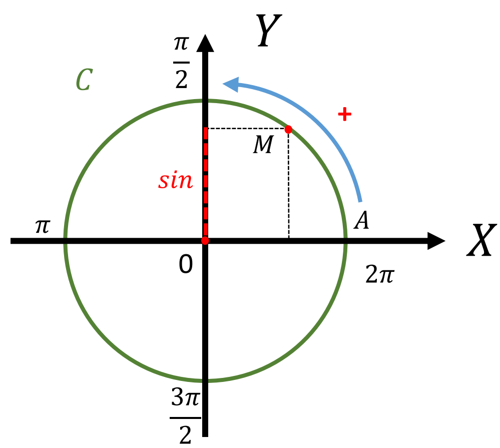
**Hin taybetiyên $\sin$ û $cos$ ên hejmareke rast:**

Eger $x \in \mathbb{R}$ $be$, wê demê:

- $sin\,x = \sin(x + 2\pi)$ û $cosx = \cos(x + 2\pi)$
- $-1 \le sinx \le 1$ û $-1 \le cosx \le 1$
- $sin(-x) = -sinx$ û $\cos(-x) = cosx$
- $sin(x + \pi) = -sinx$ û $\cos(x + \pi) = -\cos x$
- $sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = cosx$ û $\cos(x + \frac{\pi}{2}) = -\sin x$
- $sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = cosx$ û $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$

## Tevgera fonksiyona $x \longmapsto sinx$

**Li ser awayê li kêlekê bihizire.**




Eger tevgera xala $M$ rasterast di navbera $[0, \frac{\pi}{2}]$ de be, wê demê; xala $M$ li ser tewareya $Y$ zêde dibe, ango fonksiyona $x \longmapsto sinx$ **zêdeker** e.

Tevgera xala $M$ di navbera $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ de be, wê demê; xala $M$ li ser tewareya $Y$ kêm dibe, ango fonksiyona $x \longmapsto sinx$ **kêmker** e.

Tevgera xala $M$ di navbera $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ de be, wê demê; xala $M$ li ser tewareya $Y$ kêm dibe, ango fonksiyona $x \longmapsto sinx$ kêmker e.

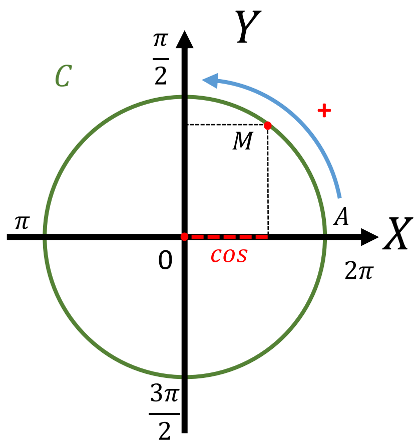
Tevgera xala $M$ di navbera $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ de be, wê demê; xala $M$ li ser tewareya $Y$ zêde dibe, ango fonksiyona $x \longmapsto sinx$ zêdeker e.

| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\pi$ | | $\frac{3\pi}{2}$ | | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x \longmapsto sinx$ | 0 | $\nearrow$ | 1 | $\searrow$ | 0 | $\searrow$ | -1 | $\nearrow$ | 0 |

## Tevgera fonksiyona $x \longmapsto cosx$

**Li ser awayê li kêlekê bihizire.**

Eger tevgera xala $\boldsymbol{M}$ rasterast di navbera $[\boldsymbol{0}, \boldsymbol{\pi}]$ de be, wê demê; xala $\boldsymbol{M}$ li ser tewareya $\boldsymbol{X}$ kêm dibe. Ango fonksiyona $\boldsymbol{x \longmapsto cosx}$ kêmker e. Lê tevgera xala $\boldsymbol{M}$ di navbera $[\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{2\pi}]$ de be, wê demê; xala $\boldsymbol{M}$ li ser tewareya $\boldsymbol{X}$ zêde dibe. Ango fonksiyona $\boldsymbol{x \longmapsto cosx}$ zêdeker e.




| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\pi$ | | $\frac{3\pi}{2}$ | | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x \longmapsto cosx$ | 1 | ↘ | 0 | ↘ | -1 | ↗ | 0 | ↗ | 1 |

Hînkirin

**1)** Her du xalên $M(cosx, sinx)$ li ser bazinê sêgoşeyî li gorî nirxên $x$ ên di tabloya li jêr de, bibîne.

**a)** $\frac{9\pi}{4}$ , $\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}$ , $\frac{5\pi}{2}$ , $\frac{\pi}{4}$

**b)** $\frac{28\pi}{3}$ , $\frac{61\pi}{4}$ , $\frac{16\pi}{3}$ , $\frac{23\pi}{6}$

**c)** $\frac{15\pi}{2}$ , $\frac{33\pi}{4}$ , $\frac{20\pi}{3}$ , $\frac{21\pi}{2}$

**a)**

| $x$ | $\frac{9\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}$ | $\frac{5\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{4}$ |
|---|---|---|---|---|
| $sinx$ | | | | |
| $cosx$ | | | | |

**b)**

| $x$ | $\frac{28\pi}{3}$ | $\frac{61\pi}{4}$ | $\frac{16\pi}{3}$ | $\frac{23\pi}{6}$ |
|---|---|---|---|---|
| $sinx$ | | | | |
| $cosx$ | | | | |

**c)**

| $x$ | $\frac{15\pi}{2}$ | $\frac{33\pi}{4}$ | $\frac{20\pi}{3}$ | $\frac{21\pi}{2}$ |
|---|---|---|---|---|
| $sinx$ | | | | |
| $cosx$ | | | | |

# PIRSÊN BEŞA ÇAREM

**1** Di pirsên li jêr de bersiva rast, hêma bike.

**1)** Dahûrandina raveya $\boldsymbol{x^2 - 8x + 15}$ dike,
**a)** $(x-1)(x-5)$ **b)** $1(x-3)^2$ **c)** $1(x-3)(x-5)$

**2)** Eger $\mathbf{a} \neq \mathbf{0} \Rightarrow (-3\boldsymbol{a})^2 = \cdots$
**a)** $-9a^2$ **b)** $9a^2$ **c)** $-6a^2$

**3)** Eger $-\mathbf{3} < \boldsymbol{x} < \mathbf{4}$ be, wê demê;
**a)** $-9 < x^2$ **b)** $9 < x^2 < 16$ **c)** $x^2 < -16$

**4)** Eger fonksiyona $\boldsymbol{f} = \mathbf{2}\boldsymbol{x}^2 - \mathbf{6}$ ku komika pênasên wê $\mathbf{D} = ]-\infty, +\infty[$ be, li gorî vê; bersiva rast hêma bike.

**a)** $\boldsymbol{f}$ di navbera $]-\sqrt{\mathbf{3}}, +\sqrt{\mathbf{3}}[$ de tam kêmker e.

**b)** $\boldsymbol{f}$ di navbera $]-\sqrt{\mathbf{3}}, +\sqrt{\mathbf{3}}[$ de tam zêdeker e.

**5)** Di fonksiyona $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = -\mathbf{3} + (\boldsymbol{x} - \mathbf{1})^2$ de bersivê hêma bike.

**a)** Nirxê herî biçûk -2 ye.

**b)** Nirxê herî mezin 3 ye.

**c)** Nirxê herî mezin -2 ye.

**2** Guherîna fonksiyonên li jêr, di $\mathbb{R}^*$ de bibîne û girafîka wan xêz bike.

**1)** $p(x) = \frac{6}{x}$ **2)** $t(x) = \frac{-5}{x}$

**3** Valahiyên di tabloya li jêr de dagire.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $sinx$ | ….. | ….. | $\frac{7}{4}$ | $-\frac{3}{5}$ | ….. |
| $cosx$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{5}{7}$ | ….. | ….. | $\frac{\sqrt{7}}{3}$ |

**4** Eger $x \longmapsto \frac{2}{x}$ be, tabloya guherîna fonksiyonê xêz bike.

**5** $\mathbf{sin}$ û $cos$ yên qiraçên di tabloya li jêr de bibîne.

| Qiraç | $\frac{5\pi}{2}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | $\frac{4\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{6}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $sin$ | | | | | |
| $cos$ | | | | | |

**6** Pîvanên qiraçên li jêr, bi awayê radyan bibîne.

$150°,\ 240°,\ 270°,\ 48°,\ 300°,\ 120°.$

# GEOMETRÎ

## BEŞA YEKEM

## GUHARTINÊN GEOMETRÎ

1) GUHARTINÊN GEOMETRÎ
2) TÊKILIYA GUHARTINÊN GEOMETRÎ YA BI AWAYAN RE
3) TAYBETIYÊN GUHARTINÊN GEOMETRÎ

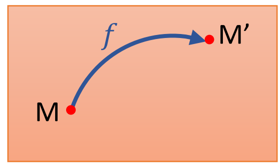
# GUHARTINÊN GEOMETRÎ

## Guhartinên geometrî:

Di salên derbasbûyî de kişandin, vajîkirin û zivirandin bi me re derbas bûn. Navê wan diguherin û bi vî awayî çêdibin.

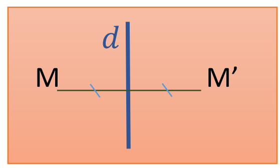
Hemaliya tewareyî(kişandin), hemaliya navendî, vajîkirin û zivirandin.

**Li ser awayê li kêlekê bihizire.**




Eger $\boldsymbol{f}$ guhartinek be, **M**′ li gorî $\boldsymbol{f}$ guhartina **M** ye, ango $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{M} \longmapsto \boldsymbol{M'}$ yan jî $\mathbf{M'} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{M})$

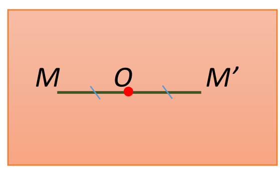
### Hemaliya tewareyî (vajîkirin):




Eger $\boldsymbol{d}$ rastekek be û $\boldsymbol{S_d}$ guhartina ku $\boldsymbol{M}$ û $\boldsymbol{M'}$ bi hev ve girê dide, li gorî ku;

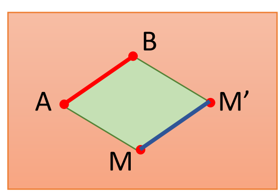
- Eger $\boldsymbol{M}$ ne li ser rasteka $\boldsymbol{d}$ be, wê demê; rasteka $\boldsymbol{d}$ tewareya $[\boldsymbol{M}, \boldsymbol{M'}]$ e.
- Eger $\boldsymbol{M}$, li ser rasteka $\boldsymbol{d}$ be, wê demê; $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{M'}$ e.

### Hemaliya navendî:




Eger $\boldsymbol{O}$ xalek be û $\boldsymbol{S_O}$ guhartina ku navenda wê $\boldsymbol{O}$ ye, $\boldsymbol{M}$ û $\boldsymbol{M'}$ bi hev ve girê dide, li gorî vê; $\boldsymbol{O}$ nîvê rasteka $[\boldsymbol{M}, \boldsymbol{M'}]$ e.

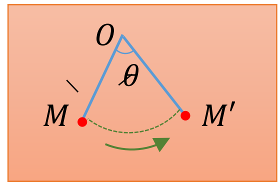
### Kişandin:




Eger $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ du xal bin û kişandina $\mathcal{T}_{\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{B}}$ ku $\boldsymbol{M}$ û $\boldsymbol{M'}$ bi hev ve girê dide, li gorî vê; çargoşeya $\boldsymbol{AMM'B}$ dibe kenarên rastênhev.

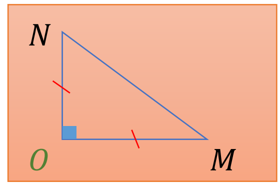
### Zivirandin:

Eger $\boldsymbol{O}$ xalek be û zivirandina $\mathcal{R}_{O,\theta}$ ya ku navenda wê $\boldsymbol{O}$ û qiraça wê $\boldsymbol{\theta}$ ye, $\boldsymbol{M}$ û $\boldsymbol{M'}$ bi hev ve girê dide, li gorî vê;
$\boldsymbol{OM = OM'}$ û $\boldsymbol{M\hat{O}M' = \theta}$




### Mînak:

Eger $\boldsymbol{N}$ hemaliya $\boldsymbol{M}$ be, li gorî zivirandina çariyekê û navenda wê $\boldsymbol{O}$ be, li gorî vê; $\boldsymbol{MON}$ sêgoşeyeke tîk û duhemkenar e.




## Hînkirin

1) **Hevokên li jêr, ên rast; bi tîpa (R) û yên şaş; bi tîpa (Ş) hêma bike.**

**a)** Sê tewareyên hemalî yên sêgoşeya hemkenar hene.

**b)** Eger $\boldsymbol{C}$ guhartina $\boldsymbol{B}$ be, li gorî kişandina $\mathcal{T}_{I\to J}$ wê demê; parçeyên rastekan $[\boldsymbol{IC}]$ û $[\boldsymbol{BJ}]$ di nîvî re hevbirîn in.

**c)** Eger $\boldsymbol{C}$ û $\boldsymbol{C'}$ du bazin bin ku $\boldsymbol{O}$ û $\boldsymbol{O'}$ navendên wan in û nîveşkêla wan heman be û her du bazin hevbirîn bin di du xalan de $\boldsymbol{A}$ û $\boldsymbol{B}$, wê demê; her du rastekên $(\boldsymbol{OO'})$ û $(\boldsymbol{AB})$ tewareyên hemalî ne, ji bo awayê ku ji her du bazinan pêk tê.

2) Eger $\boldsymbol{ABC}$ sêgoşeyeke tîk be û $\boldsymbol{I}$ nîvê $[\boldsymbol{BC}]$ be, em ji $\boldsymbol{S_I}$ re dibêjin; hemaliya ku navenda wê $\boldsymbol{I}$ ye.
**a)** Guhartina sêgoşeya $\boldsymbol{ABC}$ a li gorî $\boldsymbol{S_I}$ xêz bike.
**b)** Eger $\boldsymbol{A'}$ guhartina $\boldsymbol{A}$ li gorî $\boldsymbol{S_I}$, cureyê çargoşeya $\boldsymbol{ABA'C}$ diyar bike.

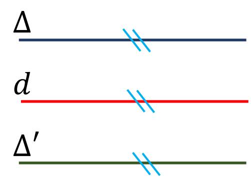
# TÊKILIYA GUHARTINÊN GEOMETRÎ YA BI AWAYAN RE

## Têkiliya guhartinên geometrî ya bi rastekan re:

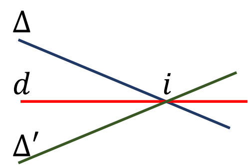
### 1- Hemaliya tewareyî (vajîkirin):

Di tevgera $\boldsymbol{S_d}$ de ku li gorî vê $\boldsymbol{\Delta'}$ tevgera $\boldsymbol{\Delta}$ ye:

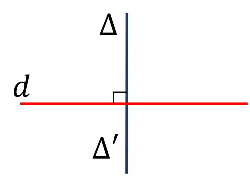
**a)** Eger $\boldsymbol{\Delta} \parallel \boldsymbol{d}$ be, wê demê; $\boldsymbol{\Delta'} \parallel \boldsymbol{d}$ ye.




**b)** Eger $\boldsymbol{\Delta}$ di xalekê de bi $\boldsymbol{d}$ re hevbirîn be, wê demê; $\boldsymbol{\Delta'}$ jî bi $\boldsymbol{d}$ re di heman xalê de hevbirîn e.

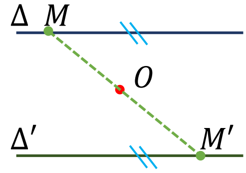



**c)** Eger $\boldsymbol{\Delta} \perp \boldsymbol{d}$ be, wê demê $\boldsymbol{\Delta} = \boldsymbol{\Delta'}$



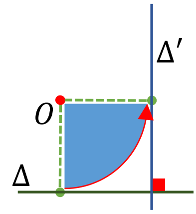

### 2- Hemaliya navendî:

Di tevgera $\boldsymbol{S_O}$ de ku $\boldsymbol{\Delta'}$ tevgera $\boldsymbol{\Delta}$ ye, li gorî vê; $\boldsymbol{\Delta} \parallel \boldsymbol{\Delta'}$ e.



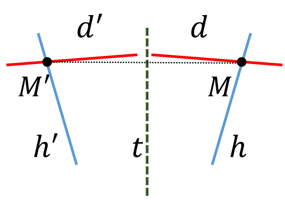
**3- Zivirandin:**

Di zivirandina çariyekê $\mathcal{R}$ de ku $\boldsymbol{\Delta'}$ tevgera $\boldsymbol{\Delta}$ ya li dora $\boldsymbol{O}$ ye, li gorî vê; $\boldsymbol{\Delta} \perp \boldsymbol{\Delta'}$

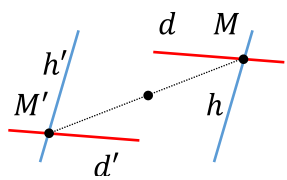



## Têkiliya guhartinên geometrî ya bi xala hevbirîna du rastekan re:

Eger $\boldsymbol{d}$ û $\boldsymbol{h}$ di xala $\mathbf{M}$ de du rastekên hevbirîn bin û $\boldsymbol{d', h'}$ guhartina her du rastekan be, li gorî yek ji guhartinan, wê demê; di xala $\mathbf{M'}$ de $\boldsymbol{d', h'}$ hevbirîn in.



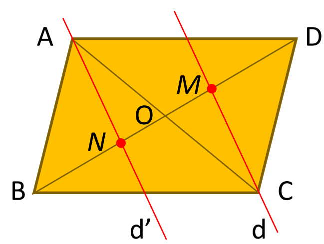

**Li gorî hemaliya tewareyî**




**Li gorî hemaliya navendî**

**Mînak:**

Eger $\boldsymbol{ABCD}$ kenarên rastênhev bin û navenda wê $\boldsymbol{O}$ be, rasteka $\boldsymbol{d}$ di $\boldsymbol{C}$ re derbas dibe û parçeya rastekan $[\boldsymbol{BD}]$ di xala $\boldsymbol{M}$ re dibire. Rasteka $\boldsymbol{d'}$ di $\boldsymbol{A}$ re derbas dibe, rastênhevî $\boldsymbol{d}$ ye û parçeya rastekan $[\boldsymbol{BD}]$ di xala $\boldsymbol{N}$ re dibire.




**a)** Tekez bike ku $\boldsymbol{d'}$ guhartina $\boldsymbol{d}$ ye, li gorî hemaliya navendî ku navenda wê $\boldsymbol{O}$ ye.

**b)** Tekez bike ku $\boldsymbol{O}$ nîvê parçeya rastekên $[\boldsymbol{NM}]$ ye.

**Çareserî:**

**a)** Em dizanin ku li gorî hemaliya navendî ya di xala $\boldsymbol{O}$ de xala $\boldsymbol{A}$ guhartina xala $\boldsymbol{C}$ ye, li gorî vê; $\boldsymbol{d'}$ ya ku di xala $\boldsymbol{A}$ re derbas dibe, guhartina $\boldsymbol{d}$ ye ya ku di xala $\boldsymbol{C}$ re derbas dibe.

**b)** Em dizanin ku guhartina parçeya rastekan $[\boldsymbol{BD}]$ **,** li gorî xala $\boldsymbol{O}$, parçeya rastekan $[\boldsymbol{BD}]$ bi xwe ye. Li gorî vê; xala hevbirîna rasteka $\boldsymbol{d'}$ ya bi $[\boldsymbol{BD}]$ re $\boldsymbol{N}$ guhartina xala hevbirîna rasteka $\boldsymbol{d}$ ya bi $[\boldsymbol{BD}]$ re $\boldsymbol{M}$, ango $\boldsymbol{O}$ nîvê parçeya rastekên $[\boldsymbol{NM}]$ ye.

## Hînkirin

**1)** Eger **ABC** sêgoşeyeke hemkenar be, **H** tîkeke ji xala **A** ya li ser parçeya rasteka $[\boldsymbol{BC}]$ ye, guhartina sêgoşeya **ABC** li gorî kişandina $\mathcal{T}_{A\rightarrow H}$ xêz bike.

**2)** Eger **AOC** sêgoşeyeke hemkenar be, dirêjahiya kenarê wê 2 cm ye. **B** hemaliyê xala **O** ya li gorî xala **A** ye. Guhartina sêgoşeya **AOC** a li gorî kişandina $\mathcal{T}_{B\rightarrow C}$ xêz bike.

**3)** Eger $\boldsymbol{C}$ bazinek be, navenda wî $\boldsymbol{O}$ û rasteka $\boldsymbol{d}$ di xala **A** de pêveka bazin e. Guhartina bazin a li gorî vajîkirina tewareya wî $\boldsymbol{d}$ ye, xêz bike.

# TAYBETIYÊN GUHARTINÊN GEOMETRÎ

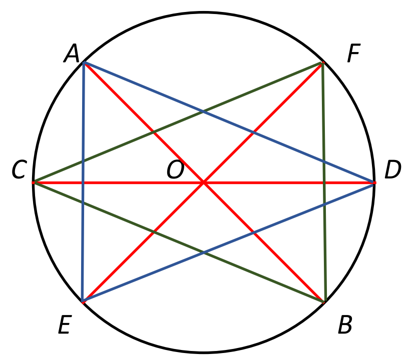
Taybetiyên hevbeş ên guhartinên geometrî hene, em dikarin wan bi awayê li jêr, rêz bikin:

1) Guhartina rastekekê, rastekek e.
2) Guhartina sêgoşeyekê, sêgoşeyeke heman e.
3) Guhartina qiraçekê, qiraçeke heman e.
4) Eger $d$ û $h$ du rastekên rastênhev bin, wê demê $d'$ û $h'$ jî rastênhev in.
5) Eger $N$ nîvê $[AB]$ be, wê demê; $N'$ nîvê $[A'B']$ ye.

**Mînak:**

Di bazinê li kêlekê de $[AB]$, $[CD]$ û $[EF]$ eşkêl in.

Tekez bike ku her du sêgoşeyên $AED$ û $\mathbf{FCB}$ wekhev in (xwedî heman rûberî ne).




**Çareserî:**

Em dizanin ku $O$ nîvê $[AB]$, $[CD]$ û $[EF]$ ne. Bikaranîna guhartina hemaliya navendî ya di xala $O$ de xala $B$ guhartina xala $A$ ye, xala $C$ guhartina xala $\mathbf{D}$ ye û xala $F$ guhartina xala $E$ ye. Li gorî vê, sêgoşeya $\mathbf{FCB}$ guhartina sêgoşeya $AED$ ye. Ango her du sêgoşe heman in, rûberê wan jî heman e.

Hînkirin

**1)** Eger $\boldsymbol{l, d}$ du rastekên hevtîk bin, xala $\boldsymbol{A}$ li ser rasteka $\boldsymbol{l}$ ye. Çargoşeya $\boldsymbol{ABCD}$ ya ku her du rastekên $\boldsymbol{l, d}$ tewareyên hemalî yên wê ne, xêz bike.

**2)** Eger $\boldsymbol{ABC}$ sêgoşeyeke du hemkenar be, $\boldsymbol{d}$ tewareya hemalî ye. Em ji xala $\boldsymbol{B}$ tîkekê li ser rasteka $(\boldsymbol{AB})$ xêz bikin ku $\boldsymbol{d}$ di xala $\boldsymbol{E}$ re bibire.

a) Guhartina rasteka $(\boldsymbol{BE})$ li gorî vajîkirina ku tewareya wê $\boldsymbol{d}$ ye.

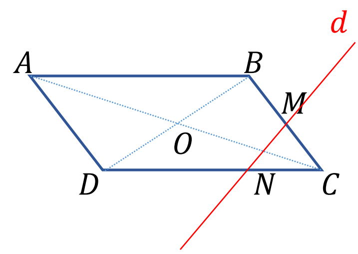
b) Tekez bike ku her du rastekên $(\boldsymbol{AC}), (\boldsymbol{EC})$ hevtîk in.

# PIRSÊN BEŞA YEKEM

**1)** Eger **ABC** sêgoşeyek be, $\boldsymbol{I}$ nîvê parçeya rastekên $[\boldsymbol{BC}]$ ye. $\boldsymbol{J}$ li gorî $\boldsymbol{A}$ hemaliya xala $\boldsymbol{B}$ ye.

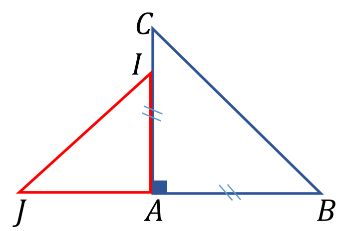
**a)** Xala $\boldsymbol{K}$ ya ku guhartina xala $\boldsymbol{B}$ ye, li gorî kişandina $\mathcal{T}_{A\to C}$ xêz bike.
**b)** Guhartina xala $\boldsymbol{J}$ ya li gorî kişandina $\mathcal{T}_{C\to K}$ kîjan e?

**2)** Eger $\boldsymbol{ABCD}$ kenarên rastênhev bin, navenda wan $\boldsymbol{O}$ ye, $\boldsymbol{d}$ rastekeke li gorî di awa de tê xuyakirin ku parçeya rasteka $[\boldsymbol{CD}]$ di xala $\boldsymbol{N}$ de dibire û parçeya rasteka $[\boldsymbol{BC}]$ di xala $\boldsymbol{M}$ de dibire û eger $\boldsymbol{S_O}$ hemaliyê ku navenda wî $\boldsymbol{O}$ ye.

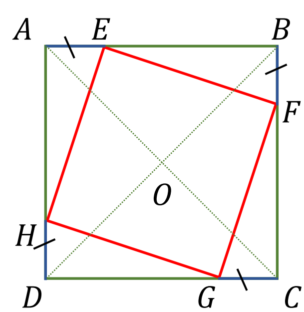



**a)** $\boldsymbol{M'}, \boldsymbol{N'}$ guhartina her du xalên $\boldsymbol{M}, \boldsymbol{N}$ li gorî $\boldsymbol{S_O}$ xêz bike.
**b)** Tekez bike ku rasteka $(\boldsymbol{M'N'})$ rastênhevî rasteka $\boldsymbol{d}$ ye.

**3)** $\boldsymbol{ABC}$ sêgoşeyeke duhemkenar û di $\boldsymbol{A}$ de tîk e, $\boldsymbol{I}$ xaleke ji parçeya rasteka $[\boldsymbol{AC}]$, sêgoşeya $\boldsymbol{IAJ}$ jî duhemkenar û di $\boldsymbol{A}$ de tîk e, xala $\boldsymbol{J}$ li derveyî parçeya rasteka $[\boldsymbol{AB}]$ ye. Tekez bike ku her du rastekên $(\boldsymbol{BI}), (\boldsymbol{CJ})$ hevtîk in.

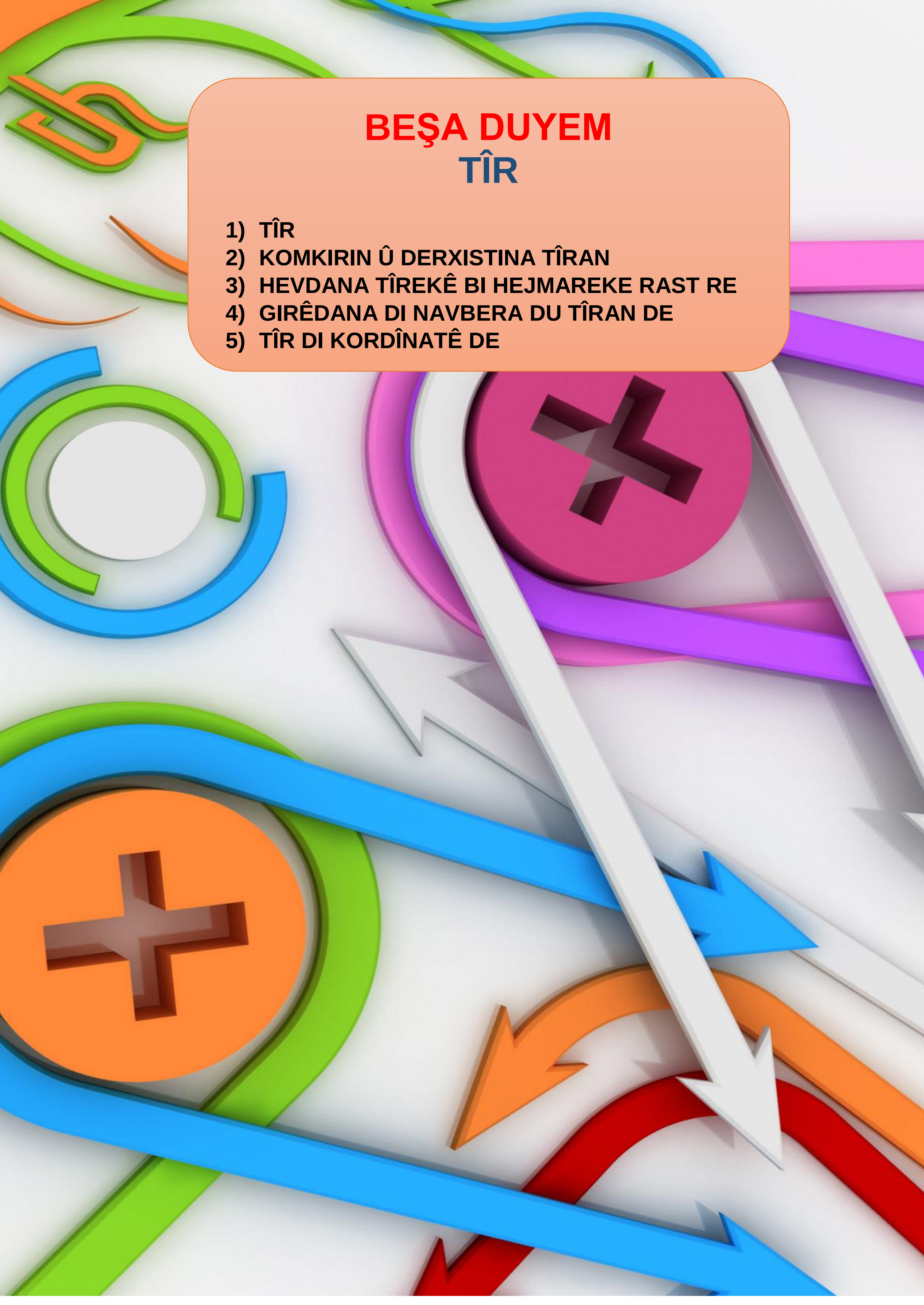


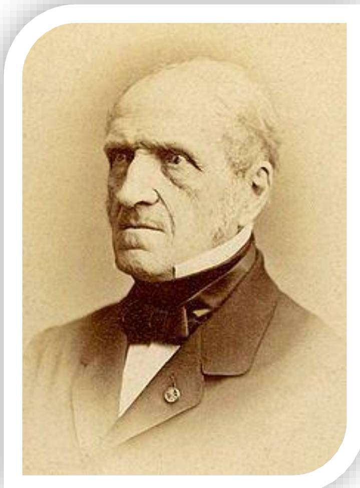

**4)** Eger $\boldsymbol{ABCD}$ damek e û navenda wê $\boldsymbol{O}$ ye, $\boldsymbol{E}, \boldsymbol{F}, \boldsymbol{G}$ û $\boldsymbol{H}$ çar xal in li ser parçeyên rastekên $[\boldsymbol{AB}], [\boldsymbol{BC}], [\boldsymbol{CD}]$ û $[\boldsymbol{AD}]$ bi rêz in, li gorî ku:
$AE = BF = CG = DH.$
Tekez bike ku $\boldsymbol{EFGH}$ dam e.



# BEŞA DUYEM
# TÎR

1) TÎR
2) KOMKIRIN Û DERXISTINA TÎRAN
3) HEVDANA TÎREKÊ BI HEJMAREKE RAST RE
4) GIRÊDANA DI NAVBERA DU TÎRAN DE
5) TÎR DI KORDÎNATÊ DE





**Şasles (Michel Chasles) (1793–1880)**

Zanyarekî Fransî ye û geometrî xwendiye. Şasles, bi awayê ku bi navê wî hatiye, tê naskirin. Ew jî, di têkiliya di navbera tîran de tê bikaranîn. Wî di sala 1837'an de teoriya xwe; li ser birêxistin û pêşxistina geometriyê belav kir. Ji bo wî, di Zanîngeha Sorbonê de beşa geometriyê hatiye vekirin.

# Tîr

Li ser awayên li jêr, bihizire.

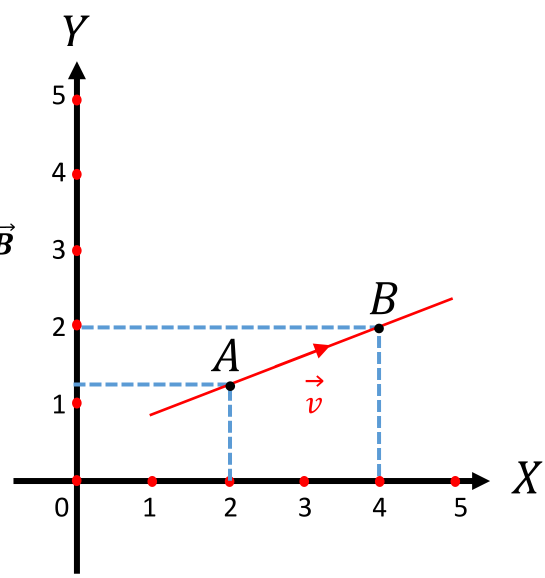


Em, li gelek deveran ji bo naskirina alî, cih an jî riyan; sûdê ji tîran digirin. Di tirafîkê de jî, ji bo naskirina awa û zivirînên li riyan, gelek sûd jê tê girtin.

Eger $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ di kordînatê de du xal bin, her du xalên $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ tîrekî nîşan dikin.
Sembola tîr jî ev e $\vec{\boldsymbol{v}}$ û bi vî awayî tê nivîsandin: $\vec{\boldsymbol{v}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$
Lê eger $\vec{\boldsymbol{v}}$ tîrek be, wê demê di kordînatê hene du xal $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ ku: $\vec{\boldsymbol{v}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$

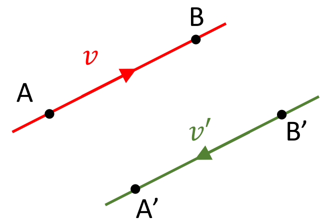
Di awayê kêlekê de $\vec{\boldsymbol{v}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$

Gelo $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = \overrightarrow{\boldsymbol{BA}}$ ?



**Aliyê tîran:**

**Li ser awayê li kêlekê bihizire.**




Eger $\vec{v}$ û $\overrightarrow{v'}$ rastênhev bin.

Gelo her du tîr, bi heman aliyî ne?

Weke ku tê dîtin; $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$

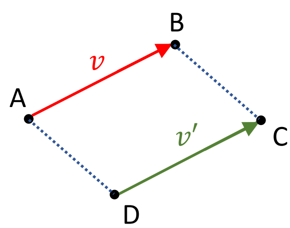
Lê $\overrightarrow{v'} = \overrightarrow{B'A'}$

Ango $\vec{v}$ ji $A$ ber bi $B$ ve diçe, lê $\overrightarrow{v'}$ ji $B'$ ber bi $A'$ ve diçe.

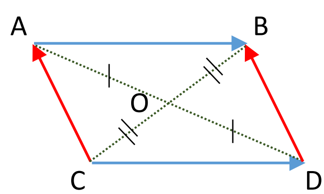
Eger $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ tîrek be, wê demê:
- ❖ Rahijteka wê, rasteka ku li ser e.
- ❖ Aliyê wê, ji $A$ ber bi $B$ ve ye.
- ❖ Dirêjahiya wê, bi qasî dirêjahiya parçeya [**AB**] ye.

**Têbînî:**

1) Eger $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$ du tîr bin ku $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ be, lê her du ne li ser heman rahijtekê ne. Li gorî vê; $ABCD$ kenarên rastênhev in.




2) Eger $[AD]$ û $[BC]$ di nîvî re hevbirîn bin, wê demê; $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$



**Hin tîrên taybet:**

a) **Tîra sifirî:**

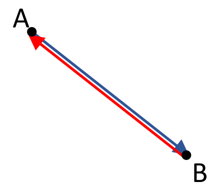
Eger tîrek hebe ku destpêk û dawiya wê heman bin, em jê re dibêjin; **tîra sifirî**.

**Mînak:**

Eger $\boldsymbol{M}$ xalek be, wê demê; $\overrightarrow{\boldsymbol{MM}} = \mathbf{0}$

**b) Tîra dij:**

Eger du tîr hebin ku bi heman rahijtek û dirêjahî bin, lê ne bi heman alî bin, em ji wan re dibêjin; **tîrên dij**.




**Mînak:**

$\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{BA}}$

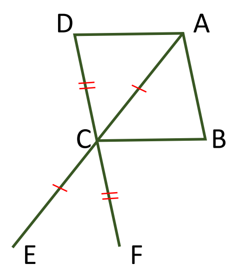
Hînkirin

**1)** Li ser awayê li kêlekê bihizire û tekez bike ku;

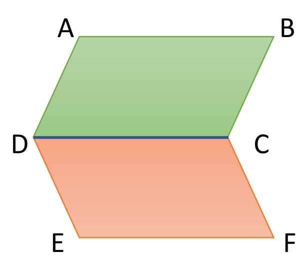
**a)** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CF}$

**b)** $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$

**c)** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CE}$




**2)** Di awayê li kêlekê de $\boldsymbol{ABCD}$ û $\boldsymbol{CDEF}$ kenarên rastênhevin. Tekez bike ku $\boldsymbol{ABFE}$ kenarên rastênhev e.



# KOMKIRIN Û DERXISTINA TÎRAN

## Komkirin

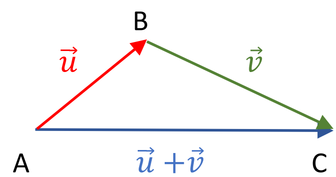
**1) Awayê Şasles:**

Eger $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}$ di teqaleyekê de sê xal bin ku $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ û $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$ bin, wê demê;

$\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC}$

ango $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ ye.

Ji vê wekheviyê re **awayê Şasles** tê gotin.



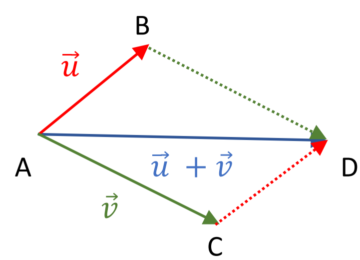

**Awayê Şaslês:**

Eger $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C},$ di teqaleyekê de sê xal bin, wê demê;

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

**2) Awayê kenarên rastênhev:**

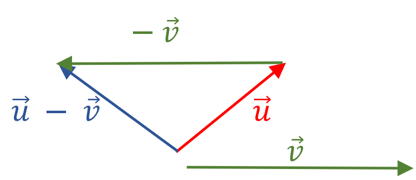
Eger du tîr $\vec{u}$ , $\vec{v}$ bi heman destpêkê bin ku $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ û $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ bin, wê demê; $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AD}$ ($\boldsymbol{D}$, xaleke ku **ABCD** dike kenarên rastênhev)




## Derxistin

Eger du tîrên $\vec{u}$ , $\vec{v}$ hebin, ji bo pêkanîna derxistinê; em $\vec{u}$ bi dij $\vec{v}$ re kom bikin,

ango $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$



### Mînak 1:

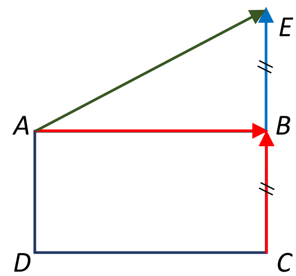
Eger ***ABCD*** milkêşek be, bi mercê ku $\overrightarrow{\boldsymbol{AE}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}} + \overrightarrow{\boldsymbol{CB}}$ **ye**, xala $\boldsymbol{E}$ xêz bike.

### Çareserî:

Em destpêkê $\boldsymbol{CB}$ dirêj bikin ta xala $\boldsymbol{E}$ yê, bi mercê ku $\overrightarrow{\boldsymbol{BE}} = \overrightarrow{\boldsymbol{CB}}$

Li gorî awayê Şasles:

$\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} + \overrightarrow{\boldsymbol{CB}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}} + \overrightarrow{\boldsymbol{BE}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AE}}$




### Mînak 2:

Eger ***A***, ***B***, ***O*** ji teqaleyekê sê xal bin, tekez bike ku

$\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = \overrightarrow{\boldsymbol{OB}} - \overrightarrow{\boldsymbol{OA}}$

### Çareserî:

Em ji aliyê rastê dest pê bikin,

$\overrightarrow{\boldsymbol{OB}} - \overrightarrow{\boldsymbol{OA}} = \overrightarrow{\boldsymbol{OB}} + \left(-\overrightarrow{\boldsymbol{OA}}\right) = \overrightarrow{\boldsymbol{OB}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AO}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AO}} + \overrightarrow{\boldsymbol{OB}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$

### Hînkirin

**1)** Eger $\boldsymbol{A, B, C, D}$ di teqaleyekê de çar xal bin, tekez bike ku $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} - \overrightarrow{\boldsymbol{CD}} - (\overrightarrow{\boldsymbol{AC}} - \overrightarrow{\boldsymbol{BA}}) = \overrightarrow{\boldsymbol{DA}}$

**2)** Eger $\boldsymbol{ABC}$ sêgoşeyeke tîk be (qiraça **A** tîk e), xalên $\boldsymbol{P, Q, N, M}$ nîşan bike, li gorî ku;

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

## HEVDANA TÎREKÊ BI HEJMAREKE RAST RE

Eger $\vec{u}$ tîrek û $m$ jî hejmareke rast tam pozîtîf be, wê demê;

$m \times \vec{u} = m\vec{u}$

**Taybetiyên $\vec{u}$ û $m\vec{u}$:**

- Her du tîr, li ser heman rahijtekê ne.
- Her du tîr, bi heman aliyî ne.
- Dirêjahiya $m\vec{u}$ yeksanî hevdana $\vec{u}$ û $m$ ye.

Eger $\vec{u}$ tîrek û $m$ jî hejmareke rast tam negatîf be, wê demê;

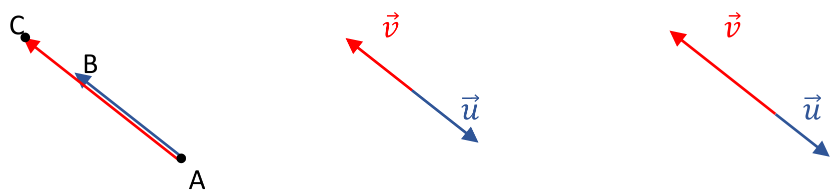
$m \times \vec{u} = m\vec{u}$

**Taybetiyên $\vec{u}$ û $m\vec{u}$:**

- Her du tîr, li ser heman rahijtekê ne.
- Aliyê her du tîran, dij hev in.
- Dirêjahiya $m\vec{u}$ yeksanî hevdana $\vec{u}$ û $-m = |m|$ ye.

Bi giştî, bi vî awayî tê nivîsîn: $|m\vec{u}| = |m|.|\vec{u}|$

**Mînak :**




$\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ , $\vec{v} = -\vec{u}$ , $\vec{v} = -2\vec{u}$

Eger $\boldsymbol{\lambda}$ û $\boldsymbol{\lambda'}$ hejmarine rast bin:

- $\boldsymbol{\lambda(\vec{u}+\vec{v}) = \lambda\,\vec{u} + \lambda\vec{v}}$
- $\boldsymbol{(\lambda+\lambda')\vec{u} = \lambda\vec{u} + \lambda'\vec{u}}$
- $\boldsymbol{\lambda(\,\lambda'\vec{u}) = (\lambda\,\lambda')\vec{u}}$
- Eger $\boldsymbol{\lambda\vec{u} = 0}$, yan $\boldsymbol{\lambda = 0}$ yan jî $\boldsymbol{\vec{u} = 0}$
- $\boldsymbol{1\vec{u} = \vec{u}}$

## Mînak:

Şasles

$$3\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{AC} = (3+4)\overrightarrow{AC} = 7\overrightarrow{AC}$$

$$-5\overrightarrow{AB} = 5\left(-\overrightarrow{AB}\right) = 5\overrightarrow{BA}$$

$$3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} = 3\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) = 3\overrightarrow{AC}$$

$$-6(\vec{\imath} + \vec{\jmath}) = -6\vec{\imath} - 6\vec{\jmath}$$

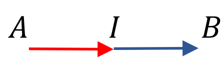
$7\overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = 0$ li gorî wê $A = M$

## Nîvê parçeya rastekan:

$\boldsymbol{I}$ nîvê parçeya rasteka $[\boldsymbol{AB}]$ ye. Li gorî vê;

$$\boldsymbol{\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}}$$

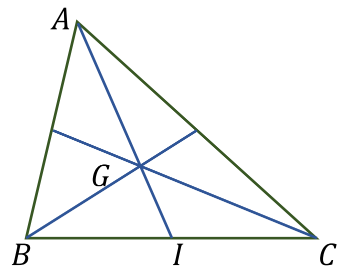
$$\boldsymbol{\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}}$$




$$\boldsymbol{\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}}$$

**Navenda sêgoşeyê:**

Navenda sêgoşeyê, xala hevbirîna nîveka kenaran e.




Di sêgoşeya $\boldsymbol{ABC}$ de $\overrightarrow{\boldsymbol{GI}} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{\boldsymbol{GA}}$ ye. Li gorî Şasles;

$\overrightarrow{GI} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BI}$ **(1)**

$\overrightarrow{GI} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CI}$ **(2)**

Em **(1)** û **(2)** kom bikin:

$2\overrightarrow{GI} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI}$

Lê $\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI} = 0$ (ji ber ku her du yeksan û dij hev in).

Li gorî vê;

$2\overrightarrow{GI} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ (Lê em dizanin ku $\overrightarrow{GI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}$ ye.)

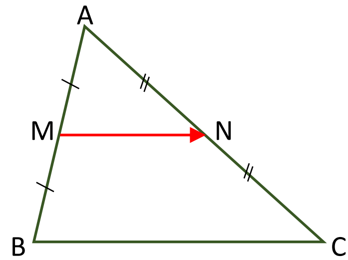
Wê demê;

$$2(-\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}) = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$$

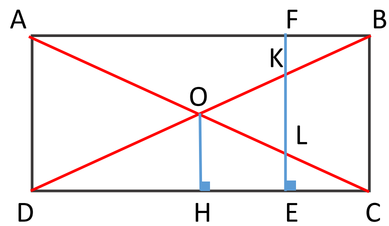
$$-\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$$

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

## Hînkirin




**1)** Eger di sêgoşeya $\boldsymbol{ABC}$ de $\boldsymbol{M}$ nîvê $[\boldsymbol{AB}]$ û $\boldsymbol{N}$ nîvê $[\boldsymbol{AC}]$ be, tekez bike ku $\overrightarrow{\boldsymbol{MN}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\overrightarrow{\boldsymbol{BC}}$




**2)** Di milkêşa li kêlekê de valahiyên li jêr, bi hejmarên guncav dagire.

**a)** $\overrightarrow{AC}$= …….. $\overrightarrow{OC}$ **b)** $\overrightarrow{AB}$ = …….. $\overrightarrow{FB}$ **c)** $\overrightarrow{HD}$ = …….. $\overrightarrow{DC}$

**d)** $\overrightarrow{AB}$ = …….. $\overrightarrow{HE}$ **e)** $\overrightarrow{FB}$ = …….. $\overrightarrow{ED}$ **f)** $\overrightarrow{CB}$ = …….. $\overrightarrow{KE}$

**3)** Hevokên li jêr, ên rast; bi tîpa (**R**) û yên şaş; bi tîpa (**Ş**) hêma bike.

**a)** Eger $\boldsymbol{ABC}$ sêgoşeyeke duhemkenar be; $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AC}}$

**b)** Eger $\boldsymbol{ABCD}$ kenarên rastênhev be; $\overrightarrow{\boldsymbol{BA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{BC}} = \overrightarrow{\boldsymbol{BD}}$

**c)** Eger $[\boldsymbol{AI}]$ di sêgoşeya $\boldsymbol{ABC}$ de nîveka kenarekî be; $\overrightarrow{\boldsymbol{AI}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$

**d)** Eger $\overrightarrow{\boldsymbol{AC}} = \mathbf{3}\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ be, li gorî vê; $\overrightarrow{\boldsymbol{BC}} = \mathbf{2}\,\overrightarrow{\boldsymbol{BA}}$

**e)** Eger $\boldsymbol{C}$ hemaliya $\boldsymbol{A}$ be, li gorî nîveka $[\boldsymbol{BD}]$, wê demê; $\overrightarrow{\boldsymbol{AC}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AD}}$

## GIRÊDANA DI NAVBERA DU TÎRAN DE

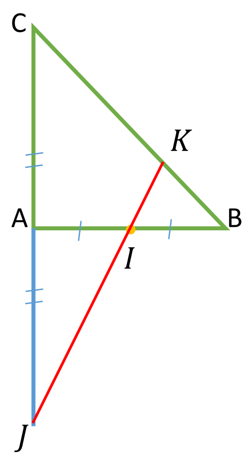
Eger $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ û $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$ du tîr bin, em ji her du tîran re dibêjin; bi hev ve girêdayî ne, tenê eger $\vec{v} = k\vec{u}$ be.

Li gorî vê;

a) Her du tîrên $\vec{v}, \vec{u}$ li ser heman rahijtekê ne.
b) Her du rastekên **CD** û **AB** yan rastênhev in û yan jî heman in.
c) Eger $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ be, wê demê; **A**, **B** û **C** li ser heman rastekê ne.

### Mînak 1:

Eger $ABC$ di $A$ de sêgoşeyeke tîk be û $I$ nîvê $\overrightarrow{AB}$ be, li gorî $A$ $J$ hemaliyê $C$ be û $K$ xaleke ku $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$




Tekez bike ku $I, J$ û $K$ li ser heman rastekê ne.

### Çareserî:

Ji bo tekezkirinê, divê em tekez bikin ku $\overrightarrow{IJ}$ û $\overrightarrow{IK}$ bi hev ve girêdayî ne.

Li gorî Şasles, $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ **(1)**

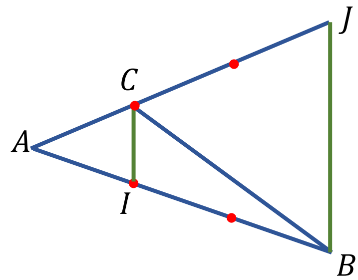
$$\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \quad \textbf{(2)}$$

Li vir tê dîtin ku $\overrightarrow{IJ} = -3\,\overrightarrow{IK}$ **ye,** li gorî vê; her du tîrên $\overrightarrow{IJ}$ û $\overrightarrow{IK}$ bi hev ve girêdayî ne.

**Mînak 2:**

Eger $\boldsymbol{ABC}$ sêgoşeyek be,
$\boldsymbol{I}$ xaleke ku $\overrightarrow{\boldsymbol{AI}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$
û $\boldsymbol{J}$ xaleke ku $\overrightarrow{\boldsymbol{AJ}} = \mathbf{3}\overrightarrow{\boldsymbol{AC}}$ pêk tîne.




Bi karanîna $\overrightarrow{\boldsymbol{AC}}$ û $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ re her du tîrên $\overrightarrow{\boldsymbol{BJ}}$ û $\overrightarrow{\boldsymbol{IC}}$ binivîse.

**Çareserî:**

Li gorî Şasles; $\overrightarrow{\boldsymbol{IC}} = \overrightarrow{\boldsymbol{IA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AC}}$ lê hatiye dayîn ku $\overrightarrow{\boldsymbol{AI}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ ye, li gorî vê;

$$\overrightarrow{IC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$3\overrightarrow{IC} = -\overrightarrow{AB} + 3\,\overrightarrow{AC} \qquad \textbf{(1)}$$

Bi heman awayî, li gorî Şasles; $\overrightarrow{\boldsymbol{BJ}} = \overrightarrow{\boldsymbol{BA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AJ}}$ ye,
lê hatiye dayîn ku $\overrightarrow{\boldsymbol{AJ}} = \mathbf{3}\overrightarrow{\boldsymbol{AC}}$ ye, li gorî vê;

$$\overrightarrow{BJ} = -\overrightarrow{AB} + 3\,\overrightarrow{AC} \qquad \textbf{(2)}$$

Bi hevrûkirina **(1)** û **(2)** em dibînin ku $\overrightarrow{BJ} = 3\overrightarrow{IC}$ ye, li gorî vê;
her tîrên $\overrightarrow{\boldsymbol{BJ}}$ û $\overrightarrow{\boldsymbol{IC}}$ bi hev ve girêdayî ne û her du rastekên $(\boldsymbol{BJ})$ û $(\boldsymbol{IC})$ rastênhev in.

Hînkirin

**1)** Eger $\boldsymbol{ABCD}$ kenarên rastênhev be û $\boldsymbol{M}, \boldsymbol{N}$ du xal bin ku $\overrightarrow{\boldsymbol{CM}} = \mathbf{2}\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ û $\overrightarrow{\boldsymbol{CN}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\overrightarrow{\boldsymbol{AD}}$

**a)** Bi vî awayî, xêz bike.

**b)** Tekez bike ku her du rastekên $(\mathbf{AM})$ û $(\boldsymbol{DN})$ rastênhev in.

**2)** Eger $\boldsymbol{ABC}$ sêgoşeyek be û $\boldsymbol{I}$ nîvê $\boldsymbol{AB}$ be, $\boldsymbol{J}$ xaleke ku $\overrightarrow{\boldsymbol{CJ}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\overrightarrow{\boldsymbol{CB}}$ pêk tîne û $\mathbf{G}$ xaleke ku çargoşeya $\boldsymbol{JCGI}$ dike kenarên rastênhev e.

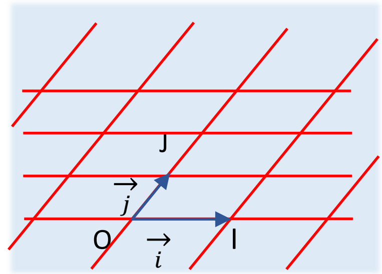
**a)** Tekez bike ku $\mathbf{G}$ nîvê rasteka $(\mathbf{AJ})$ ye.

**b)** Tekez bike ku xala $\mathbf{G}$ navenda sêgoşeya $\mathbf{ACI}$ ye.

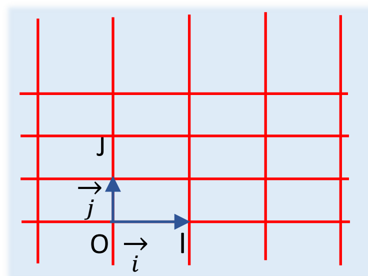
# TÎR DI KORDÎNATÊ DE

**Cureyên kordînatê:**

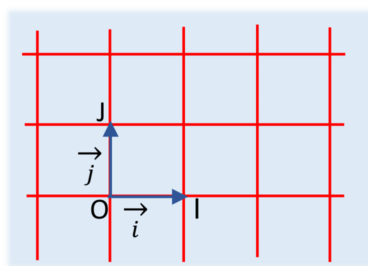
1) **Kordînata bêpîvan:**
Ji du tewareyên ku ji xalekê dest pê dikin, pêk tê. Her du teware bi hev re ne rastênhev û ne jî tîk in.




2) **Kordînata tîk:**
Ji du tewareyên bi hev re tîk ku ji xalekê dest pê dikin, pêk tê.




3) **Kordînata levhatî:**
Ji du tewareyên bi hev re tîk, ji xalekê dest pê dikin, pêk tê. Her du teware bi heman pîvanê ne û yeksanî 1 in.



**Mînak:**

Eger $ABCD$ kenarên rastênhev be, navenda wê $O$ ye, $G$ navenda sêgoşeya $ABC$ ye.

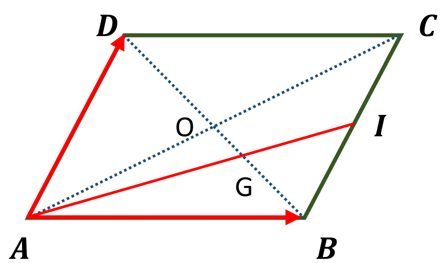
Pêkhateyên xalên li jêr, li ser kordînata bêpîvan $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ bibîne.

$A, B, C, D, O, G$

Ji bo dîtina pêkhateyên xala $M$ ên li ser kordînata $(A;\vec{u},\vec{v})$, divê bikaranîna $u$ û $v$, em tîra $\overrightarrow{AM}$ binivîsin.

**Çareserî:**

Xala destpêka kordînatê $A$ ye, li gorî vê; $A(0,0)$ û xala $B$ li ser tewareya $X$ dawiya tîra bingeh e, li gorî vê; $B(1,0)$ û xala $D$ li ser tewareya $Y$ dawiya tîra bingeh e, li gorî vê; $D(0,1)$. Li gorî ku $ABCD$ kenarên rastênhev e:




$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 1.\overrightarrow{AB} + 1.\overrightarrow{AD}$ Li gorî vê; $C(1,1)$

Em dizanin ku $O$ nîvê $\overrightarrow{AC}$ ye.

$$\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

Li gorî vê; $O(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

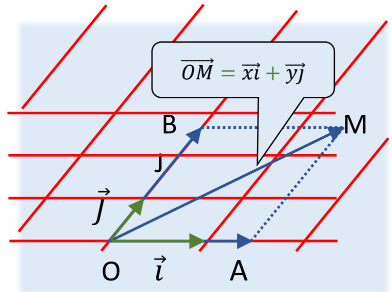
Em dizanin ku $I$ nîvê $\overrightarrow{BC}$ ye.

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI}) = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$$

Li gorî vê; $G(\frac{2}{3},\frac{1}{3})$

**Analîza tîran:**

Eger $\boldsymbol{M}$ ne li ser her du tewareyan be, em ji $\boldsymbol{M}$ rastekeke rastênhevî tewareya $\boldsymbol{Y}$ xêz bikin ku tewareya $\boldsymbol{X}$ di xala $\boldsymbol{A}$ de bibire û em ji $\boldsymbol{M}$ rastekeke rastênhevî tewareya $\boldsymbol{X}$ xêz bikin ku tewareya $\boldsymbol{Y}$ di xala $\boldsymbol{B}$ de bibire.




Em ê bibînin ku çargoşeya $\boldsymbol{OAMB}$ kenarên rastênhev e.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

Li gorî tişta ku hatiye dayîn, du hejmarên rast hene $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ ku $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{xi}$ û $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{yj}$ û li gorî vê; $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{xi} + \overrightarrow{yj}$

**Rewşên taybet:**

**a)** Eger $\boldsymbol{M}$ li ser tewareya $\boldsymbol{X}$ be, hejmareke rast $\boldsymbol{x}$ heye ku $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{xi}$

**b)** Eger $\boldsymbol{M}$ li ser tewareya $\boldsymbol{Y}$ be, hejmareke rast $\boldsymbol{y}$ heye ku $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{yj}$

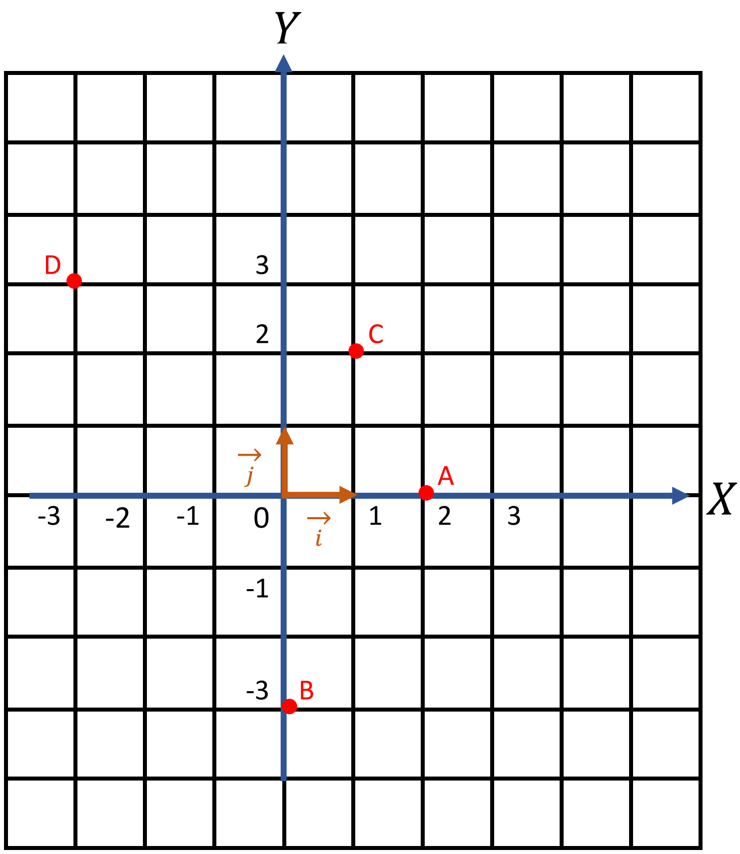
Eger $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{xi} + \overrightarrow{yj}$ be, wê demê $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ xaleke ji $(\boldsymbol{O}; \vec{\boldsymbol{x}}, \vec{\boldsymbol{y}})$

**Mînak:**

Xalên $\boldsymbol{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ û $\mathbf{D}$ li gorî agahiyên li jêr, li ser kordînatê xêz bike.

$\overrightarrow{OA} = 2\vec{i}$ , $\overrightarrow{OB} = -3\vec{j}$ , $\overrightarrow{OC} = \vec{i} + 2\vec{j}$ , $\overrightarrow{OD} = -3\vec{i} + 3\vec{j}$

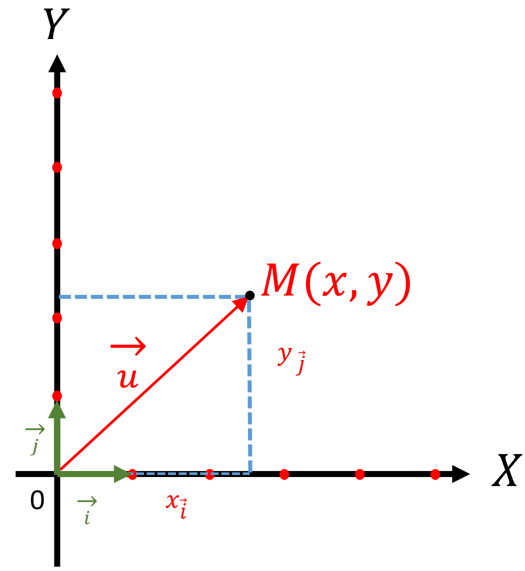
**Çareserî:**



**Pêkhateyên tîran ên li ser kordînatê:**

Ji $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ re pêkhateyên tîra $\vec{\boldsymbol{u}}$ ya di kordînata $(\boldsymbol{O};\ \vec{\boldsymbol{\imath}},\vec{\boldsymbol{\jmath}})$ de tê gotin û bi du awayan tê nivîsîn;

$\vec{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ yan jî $\vec{\boldsymbol{u}}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$




- ❖ Eger $\vec{\boldsymbol{u}}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \vec{\boldsymbol{v}}\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$ be, wê demê; $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x'}$ û $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{y'}$
- ❖ Eger $\vec{\boldsymbol{u}}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ û $\vec{\boldsymbol{v}}\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$ be û $\vec{\boldsymbol{w}} = \vec{\boldsymbol{u}} + \vec{\boldsymbol{v}}$, wê demê; $\vec{\boldsymbol{w}}\begin{bmatrix} x+x' \\ y+y' \end{bmatrix}$
- ❖ Eger $\vec{\boldsymbol{u}}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ û $\boldsymbol{k}$ hejmareke rast be, ku $\vec{\boldsymbol{w}} = \boldsymbol{k}\vec{\boldsymbol{u}}$, wê demê; $\vec{\boldsymbol{w}}\begin{bmatrix} kx \\ ky \end{bmatrix}$

## Dîtina pêkhateyên tîrekê bi naskirina xala wê ya destpêk û dawî:

Em dizanin ku
$\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = \overrightarrow{\boldsymbol{AO}} + \overrightarrow{\boldsymbol{OB}}$

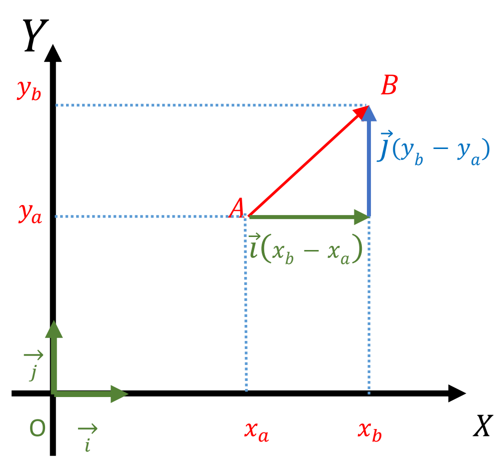
Ji ber ku $\overrightarrow{\boldsymbol{OA}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{AO}}$ ye,

Li gorî vê; $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = \overrightarrow{\boldsymbol{OB}} - \overrightarrow{\boldsymbol{OA}}$

Lê $\overrightarrow{\boldsymbol{OA}} = \boldsymbol{x_a}\vec{\boldsymbol{\imath}} + \boldsymbol{y_a}\vec{\boldsymbol{\jmath}}$ û
$\overrightarrow{\boldsymbol{OB}} = \boldsymbol{x_b}\vec{\boldsymbol{\imath}} + \boldsymbol{y_b}\vec{\boldsymbol{\imath}}$

Li gorî vê;

$\overrightarrow{\boldsymbol{OA}}(\boldsymbol{x_a},\boldsymbol{y_a})$ û $\overrightarrow{\boldsymbol{OB}}(\boldsymbol{x_b},\boldsymbol{y_b})$



Em dikarin binivîsin;

$(x_b - x_a, y_b - y_a)$ pêkhateyên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$ ne.

$$\overrightarrow{AB}(x_b - x_a, y_b - y_a)$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \end{bmatrix}$$

**Pêkhateyên xala nîvî;**

Eger $A(x_a, y_a)$ û $B(x_b, y_b)$ du xal bin, wê demê; pêkhateyên xala $I$ nîvê $\overrightarrow{AB}$ ev in:

$$x_I = \frac{x_b + x_a}{2} \qquad y_I = \frac{y_b + y_a}{2}$$

**Mînak:**

Pêkhateyên xala nîvî ya tîra $\overrightarrow{AB}$ li gorî **A(1, 3)** û **B(5, 7)** bibîne.

**Çaraserî:**

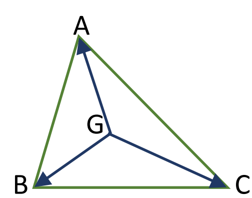
$$X_i = \frac{x_b + x_a}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_{i=} \frac{y_b + y_a}{2} = \frac{7+3}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Li gorî vê; pêkhateyên $I$**(3,5)**

**Pêkhateyên navenda sêgoşeyê:**

Eger $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$, $C(x_c, y_c)$ sê xal bin, li gorî vê; pêkhateyên navenda sêgoşeya **ABC** ev in:




$$x_G = \frac{x_a + x_b + x_c}{3}$$

$$y_G = \frac{y_a + y_b + y_c}{3}$$

**Mînak:**

Pêkhateyên navenda sêgoşeya **ABC**, ên li gorî **A(1, 3)** , **B(2, 2)** û **C(3, 4)** bibîne.

**Çareserî:**

$$x_G = \frac{x_a + x_b + x_c}{3} = \frac{1+2+3}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$y_G = \frac{y_a + y_b + y_c}{3} = \frac{3+2+4}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

Li gorî vê; pêkhateyên navenda sêgoşeyê **G(2,3)** ye.

**Girêdana di navbera tîran de**

Eger $\vec{u}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ û $\vec{v}\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$ du tîr bin:

Gava ku $xy' - yx' = 0$ her du tîr bi hev ve girêdayî ne.

Lê gava ku $xy' - yx' \neq 0$ her du tîr bi hev ve ne girêdayî ne.

**Mînak:**

Tekez bike ku her du tîrên li jêr, bi hev ve girêdayî ne.

$\vec{u}\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ , $\vec{v}\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$

**Çareserî:**

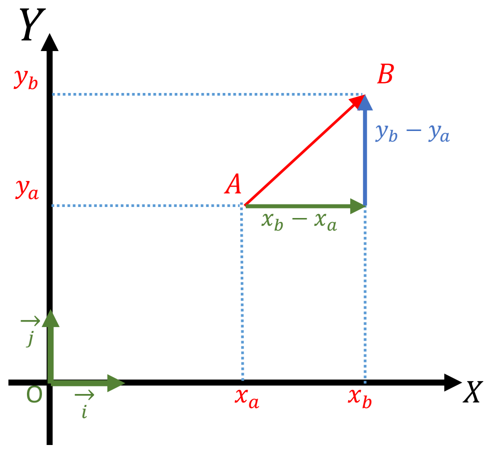
$$xy' - yx' = (2\times6) - (3\times4) = 12 - 12 = 0$$

Li gorî vê; her du tîr bi hev ve girêdayî ne.

### Dûrahiya di navbera du xalan de

Eger $\boldsymbol{A(x_a, y_a)}$, $\boldsymbol{B(x_b, y_b)}$ du xal bin, wê demê; dûrahiya di navbera her du xalên **A** û **B** de li gorî teoriya **Pîsagors** (Pythagoras):

$$\text{AB} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$




Bi awayek taybet, eger $\vec{u}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ be, dirêjahiya **AB** wê bi vî awayî be; $|\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

**Mînak:**

Dûrahiya di navbera her du xalên $\boldsymbol{A(2,3)}$, $\boldsymbol{B(5,7)}$ de bibîne.

**Çareserî:**

$$AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2} = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2}$$

$$= \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

**Hînkirin**

**1)** Tîrên li jêr; du bi du, bi hev ve girêdayî ne, yan na? Bibîne.

**a)** $\vec{u}(\sqrt{3} - 1, \sqrt{2})$ $\qquad$ $\vec{v}(\sqrt{2}, \sqrt{3} + 1)$

**b)** $\vec{u}(3, -2)$ $\qquad$ $\vec{v}(6, -1)$

**c)** $\vec{u}(6, -3)$ $\qquad$ $\vec{v}(2, -3)$

**d)** $\vec{u}(\frac{2}{7}, -\frac{5}{7})$ $\quad$ $\vec{v}(\frac{1}{5}, -\frac{1}{2})$

**2)** Eger $\boldsymbol{A(-1,3)}$, $\boldsymbol{B(2,-1)}$, $\boldsymbol{C(3,6)}$ sê xal bin;

**a)** Dirêjahiya her sê kenarên sêgoşeya $\boldsymbol{ABC}$ bibîne.

**b)** Tekez bike ku $\boldsymbol{ABC}$ sêgoşeyeke tîk û duhemkenar e.

# PIRSÊN BEŞA DUYEM

**I.** **Hevokên li jêr, ên rast hilbijêre.**

**1)** Eger $\mathbf{ABC}$ sêgoşeyek be, navenda wê $\mathbf{G}$ û $\mathbf{J}$ nîvê $\mathbf{AC}$ be;

**a)** $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BJ}$ **b)** $\overrightarrow{GJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$ **c)** $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{AB}$

**2)** Di kordînata $(O;\vec{i},\vec{j})$ de eger $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$

û $\overrightarrow{ON} = \vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}$ be;

**a)** $\mathbf{OMN}$ sêgoşe ye. **b) O, M, N** li ser heman rastekê ne.

**c)** $\overrightarrow{MN} = 3\vec{i} + 4.5\vec{j}$

**3)** Di kordînata $(O;\vec{i},\vec{j})$ de eger, $A(4,5)$, $B(2,1)$, $C(8,3)$ sê xal bin;

**a)** $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{BC}$ bi hev ve girêdayî ne. **b)** $\overrightarrow{BC} = \sqrt{2}\,\overrightarrow{AB}$

**c)** $\mathbf{ABC}$ sêgoşeyeke tîk û duhemkenar e.

**4)** Di kordînata $(O;\vec{i},\vec{j})$ de eger $A(2,0), B(6,2), C(3,5)$, $D(1,4)$ çar xal bin:

**a)** $AB$ û $CD$ hevbirîn in. **b)** $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

**c)** $ABCD$ kelkot e.

**II.** **Eger $\vec{i}$ û $\vec{j}$ du tîr bin, li gorî rewşên li jêr, bi awayê $\vec{u} = \overrightarrow{xi} + \overrightarrow{yj}$ binivîse.**

**a)** $\vec{u} = \vec{i} - 2(\vec{i} + \vec{j}) + \frac{1}{2}\vec{j}$

**b)** $\vec{u} = -\frac{2}{5}\vec{i} + \vec{j} - \frac{1}{4}(\vec{i} - \vec{j})$

**c)** $\vec{u} = \frac{1}{2}(\vec{i} - \vec{j}) - \frac{1}{4}(\vec{i} + \vec{j})$

**III.** Eger di kordînatekê de çar xal hebin**,**
$A(-2,3), B(4,5), C(0,5), D(5,4)$

**1)** Derdora sêgoşeya $ABC$ bibîne.

**2)** Pêkhateyên xala $N$ ya ku nîvê $CB$ ye, bibîne.

**3)** Pêkhateyên $\overrightarrow{AB}$ û $\overrightarrow{CD}$ bibîne.

**4)** Tekez bike ku her du rastekên $(AB)$ û $(CD)$ hevbirîn in.

**IV.** Eger $\boldsymbol{ABCDEF}$ şeşgoşeyeke bi rêkûpêk be ku navenda wê $\boldsymbol{O}$ û eger $\overrightarrow{\boldsymbol{OA}} = \vec{\boldsymbol{\imath}}$ û $\overrightarrow{\boldsymbol{OB}} = \vec{\boldsymbol{\jmath}}$ be. Bikaranîna her du tîrên $\vec{\boldsymbol{\imath}}$ û $\vec{\boldsymbol{\jmath}}$ tîrên li jêr, binivîse.
$\overrightarrow{\boldsymbol{AF}}, \overrightarrow{\boldsymbol{FE}}, \overrightarrow{\boldsymbol{ED}}, \overrightarrow{\boldsymbol{DC}}, \overrightarrow{\boldsymbol{CB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{BA}}, \overrightarrow{\boldsymbol{BF}}, \overrightarrow{\boldsymbol{FD}}$

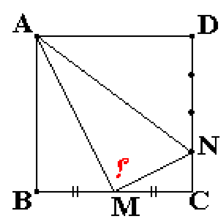
**V.** Eger $\boldsymbol{ABCD}$ çargoşeyek be ku tê de $\overrightarrow{\boldsymbol{DC}} = \boldsymbol{3}\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$, $\boldsymbol{M}$ nîvê $[\boldsymbol{AD}]$, $\boldsymbol{N}$ nîvê $[\boldsymbol{BC}]$, $\boldsymbol{P}$ nîvê $[\boldsymbol{BD}]$ û $\boldsymbol{Q}$ nîvê $[\boldsymbol{AC}]$ ye.
Tekez bike ku xalên $\boldsymbol{M}, \boldsymbol{N}, \boldsymbol{P}$ û $\boldsymbol{Q}$ li ser heman rastekê ne.

**VI.** Eger $\boldsymbol{ABCD}$ çargoşeyek be û $\overrightarrow{\boldsymbol{OA}} = \vec{\boldsymbol{\imath}}$ û $\overrightarrow{\boldsymbol{OB}} = \vec{\boldsymbol{\jmath}}$ û xalên $\boldsymbol{R}, \boldsymbol{Q}$ û $\boldsymbol{P}$ bi van wekheviyan tên dîtin;
$\overrightarrow{\boldsymbol{BR}} = \frac{1}{3}\overrightarrow{\boldsymbol{BC}}$ , $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = \frac{1}{3}\vec{\boldsymbol{\jmath}}$ , $\overrightarrow{\boldsymbol{AP}} = \frac{2}{3}\vec{\boldsymbol{\imath}}$

Tekez bike ku xala $\boldsymbol{P}$ nîvê parçeya rastekên $[\boldsymbol{QR}]$ ye.

**VII.** Eger $\boldsymbol{u}$ û $\boldsymbol{v}$ bi hev ve girêdayî bin, li gorî wê nirxê $\boldsymbol{x}$ bibîne.
**a)** $\vec{\boldsymbol{u}}\binom{1}{2}, \vec{\boldsymbol{v}}\binom{x+1}{5}$
**b)** $\vec{\boldsymbol{u}}\binom{x}{-5}, \vec{\boldsymbol{v}}\binom{2-x}{1}$
**a)** $\vec{\boldsymbol{u}}\binom{3}{x}, \vec{\boldsymbol{v}}\binom{3}{x}$

**VIII.** Eger $\boldsymbol{ABCD}$ damek be, $\boldsymbol{M}$ nîvê $[\boldsymbol{BC}]$, $\boldsymbol{N}$ vê wekheviyê pêk tine; $\overrightarrow{\boldsymbol{CD}} = \boldsymbol{4}\overrightarrow{\boldsymbol{CN}}$
**a)** Tekez bike ku $(\boldsymbol{B};\overrightarrow{\boldsymbol{BC}},\overrightarrow{\boldsymbol{BA}})$ kordînateke tîk û levhatî ye.
**b)** Tekez bike ku $\boldsymbol{AMN}$ di $\boldsymbol{M}$ de sêgoşeyeke tîk e.



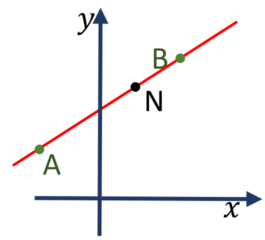
## BEŞA SÊYEM

# GEOMETRIYA ANALÎZÎ

**1)** Bi rêjeyeke diyarkirî, parçekirina dirêjahiya di navbera du xalan de
**2)** Meyla rastekê
**3)** Hevkêşeya rastekê
**4)** Dûrahiya di navbera xal û rastekê de
**5)** Bazin di kordînatê de

# BI RÊJEYEKE DIYARKIRÎ, PARÇEKIRINA DIRÊJAHIYA DI NAVBERA DU XALAN DE

Eger $[AB]$ parçeyeke rastekan be ku $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$. Em dikarin bêjin, xala $N(x_N, y_N)$ parçeya rastekan $[AB]$ di aliyê $A$ de bi rêjeyeke diyarkirî $k$ parçe dike.




Eger $\overrightarrow{AN} = k.\overrightarrow{NB}$ be, li gorî vê;

$$\begin{pmatrix} x_N - x_A \\ y_N - y_A \end{pmatrix} = k.\begin{pmatrix} x_B - x_N \\ y_B - y_N \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

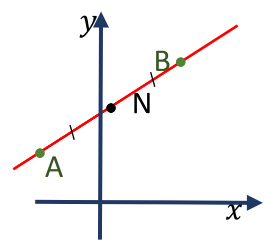
$$\begin{cases} x_N - x_A = k.(x_B - x_N) \\ y_N - y_A = k.(y_B - y_N) \end{cases}$$

Pêkhateyên xala parçekirinê $N(x_N, y_N)$ ev in:

$$\begin{cases} x_N = \dfrac{x_A + k.x_B}{1+k} \\ y_N = \dfrac{y_A + k.y_B}{1+k} \end{cases} : k \neq -1, k \neq 0$$

Lê eger $k = 1$ be, wê demê; $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NB}$

ye û $N$ nîvê $[AB]$ ye,
pêkhateyên $N$ jî, ev in;



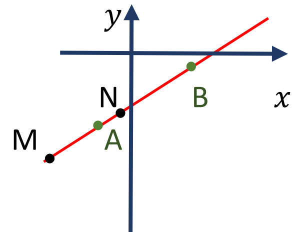

$$x_N = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ , } y_N = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Eger $k \in ]0, +\infty[$ , xala $N$ di hundirê $[AB]$ de ye.

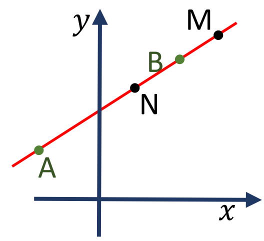
Eger $k \in ]-\infty, 0[$ , xala $N$ li derveyî $[AB]$ ye.

Eger $[AB]$ parçeyeke rastekan be ku $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, tê xwestin ku em bi rêjeya $K$ parçe bikin. Xala parçekirinê ya hundir $N(x_N, y_N)$ û xala parçekirinê ya derve $M(x_M, y_M)$ ye.

| Ji hundir ve | Ji derve ve |
|---|---|
| $\begin{cases} x_N = \frac{x_A+k.x_B}{1+k} \\ y_N = \frac{y_A+k.y_B}{1+k} \end{cases}$ | $\begin{cases} x_M = \frac{x_A-k.x_B}{1-k} \\ y_M = \frac{y_A-k.y_B}{1-k} \end{cases}$ |




Lê eger $k=\frac{m}{n}$ be, em dikarin bi vî awayî binivîsin;




$$\begin{cases} x_N = \frac{nx_A+mx_B}{n+m} \\ y_N = \frac{ny_A+my_B}{n+m} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_M = \frac{nx_A-mx_B}{n-m} \\ y_M = \frac{ny_A-my_B}{n-m} \end{cases}$$

**Mînak:**

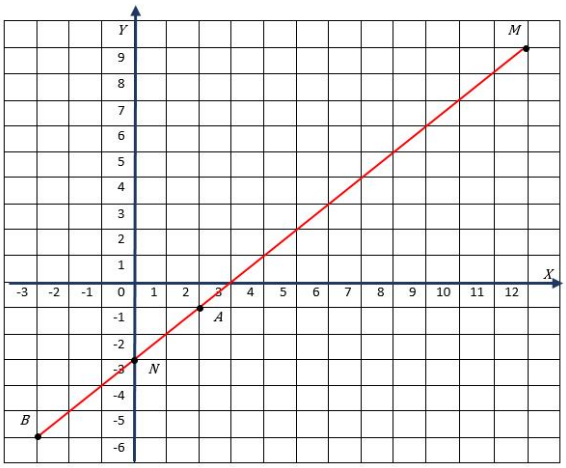
Eger $A(2,-1)$, $B(-3,-6)$ xala parçekirina $[AB]$ be, **N** ya hundir di rêjeya $\frac{2}{3}$ bibîne û xala parçekirina $[AB]$, **M** ya derve di rêjeya $\frac{2}{3}$ bibîne.

**Çareserî**

$$\begin{cases} x_N = \frac{x_A+k.x_B}{1+k} \\ y_N = \frac{y_A+k.y_B}{1+k} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_M = \frac{x_A-k.x_B}{1-k} \\ y_M = \frac{y_A-k.y_B}{1-k} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_N = \frac{2+\frac{2}{3}.(-3)}{1+\frac{2}{3}} = 0 \\ y_N = \frac{-1+\frac{2}{3}.(-6)}{1+\frac{2}{3}} = -3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_M = \frac{2-\frac{2}{3}.(-3)}{1-\frac{2}{3}} = 12 \\ y_M = \frac{-1-\frac{2}{3}.(-6)}{1-\frac{2}{3}} = 9 \end{cases}$$

$N(0,-3)$, $M(12,9)$




**Hînkirin**

**1)** Pêkhateyên xala parçkirina dirêjahiya di navbera her du xalên $\boldsymbol{A(-5,4)}$**,** $\boldsymbol{B(7,-4)}$ de bi rêjeya $\frac{1}{3}$ ji aliyê **A** ve bibîne.

**2)** Eger $\boldsymbol{A(3,-4)}$**,** $\boldsymbol{B(-2,3)}$**,** pêkhateyên xala $\boldsymbol{C}$ di navbera $\boldsymbol{A}$ û $\boldsymbol{B}$ de li gorî ku $\frac{AC}{BC} = \frac{1}{2}$ bibîne.

**3)** Eger $\boldsymbol{A(4,8)}$**,** $\boldsymbol{B(1,2)}$**,** pêkhateyên xala $\boldsymbol{C}$ ya **AB** ji aliyê derve ve bi rêjeya $\frac{4}{1}$ parçe dike, bibîne.

**4)** Eger $\boldsymbol{A(0,8)}$**,** $\boldsymbol{B(1,6)}$**,** $\boldsymbol{C(2,4)}$ li ser heman rastekê bin;
**a)** Rêjeya parçekirina **A** ya **BC** bibîne.
**b)** Rêjeya parçekirina **B** ya **CA** bibîne.

# MEYLA RASTEKÊ

## Meyl

Gava ku em li derdora xwe temaşe dikin, em li gelek deveran meylbûnekê dibînin. Weke; pêpelûkên li malan, kaşên li riyan, di firîn û danîna balafiran û hwd. de. Ji bo dîtina meylekê; em bilindahiyê, belavî dirêjahiyê dikin.

Ango: $\mathbf{meyl} = \dfrac{\boldsymbol{bilindah\hat{\imath}}}{\boldsymbol{dir\hat{e}jah\hat{\imath}}}$


Bi giştî meyl, yeksanî guhartina tîk belavî guhartina raketî ye, ango:

$$\text{meyl} = \frac{guhartina\ t\hat{\imath}k\hat{\imath}}{guhartina\ raket\hat{\imath}}$$

Eger meyl ber bi jor ve be, wê demê; meyl pozîtîf e.

Eger meyl ber bi jêr ve be, wê demê; meyl negatîf e.

### Mînak:

Balafir di destpêka firînê de û ji ber ku meyla wê ber bi jor ve ye; meyla wê pozîtîf e. Lê di dema danînê de û ji ber ku berê wê ber bi jêr ve ye; meyla wê negatîf e.

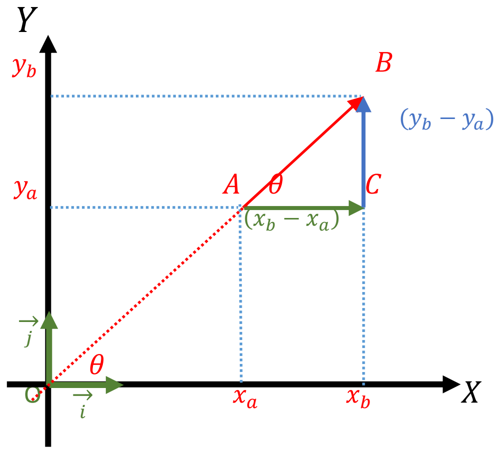
## Dîtina meylê di kordînatê de

**Li ser awayê li kêlekê bihizire.**

Weke tê dîtin, meyla **AB**

$\boldsymbol{m = tan\theta}$

($\boldsymbol{\theta}$ qiraça di navbera rasteka **AB** û tewareya $\boldsymbol{X}$ ya di aliyê pozîtîf de ye.)

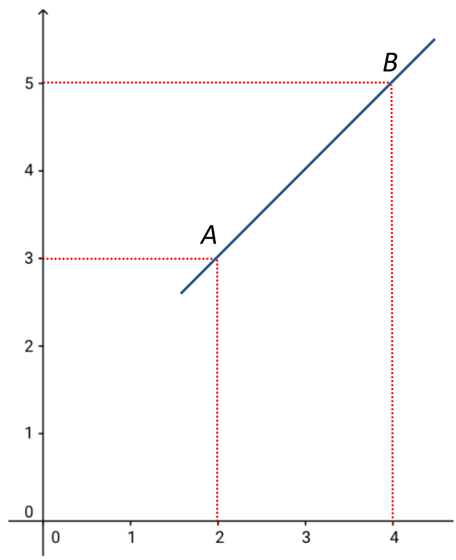



Li gorî sêgoşeya **ABC**, em dikarin bi vî awayî binivîsin;

$$\boldsymbol{m = tan\theta = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$$

### Mînak:

Meyla rasteka **AB**, li gorî ku $\boldsymbol{A(2,3)}$**,** $\boldsymbol{B(4,5)}$ ye, bibîne.




### Çareserî:

$$\boldsymbol{m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$$

$$\boldsymbol{m = \frac{5-3}{4-2} = \frac{2}{2} = 1}$$

### Rewşên taybet:

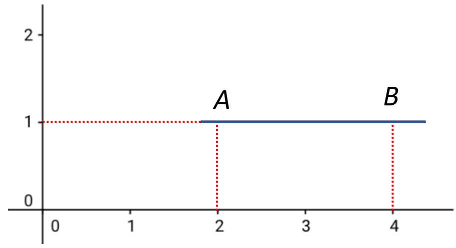
#### 1) Rasteka raketî:

Rasteka ku meyla wê; $\boldsymbol{m = 0}$ be, ew rastek; raketî ye û bi tewareya $\boldsymbol{X}$ re rastênhev e.

**Mînak:**

Meyla rasteka **AB**, li gorî ku $\boldsymbol{A(2,1)}$, $\boldsymbol{B(4,1)}$ ye, bibîne.

**Çareserî:**




$$\boldsymbol{m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$$

$$\boldsymbol{m = \frac{1-1}{4-2} = \frac{0}{2} = 0}$$

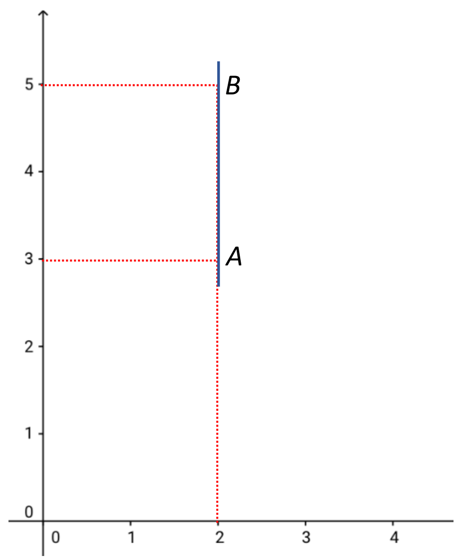
Li gorî vê; AB asoyî ye û rastênhevî tewareya $\boldsymbol{X}$ e.

## 2) Rasteka tîk:

Rasteka ku meyla wê nebe, ew rastek; tîk e û bi tewareya $\boldsymbol{Y}$ re rastênhev e.

**Mînak:**

Meyla rasteka **AB**, li gorî ku $\boldsymbol{A(2,3)}$, $\boldsymbol{B(2,5)}$ ye, bibîne.




**Çareserî:**

$$\boldsymbol{m = \frac{5-3}{2-2} = \frac{2}{0}}$$

Li vir meyl nayê dîtin, ji ber ku parvekirin li sifirê çênabe.
Ango meyl tune ye.

Li gorî vê; **AB** tîk e û rastênhevî tewareya $\boldsymbol{Y}$ ye.

### Du rastekên rastênhev:

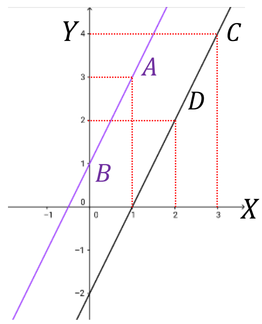
Eger $\boldsymbol{AB}$, $\boldsymbol{CD}$ du rastek bin, ku $\boldsymbol{AB} \parallel \boldsymbol{CD}$ wê demê; meyla her duyan heman e, ango $\boldsymbol{m_1 = m_2}$

Eger $\boldsymbol{AB} \parallel \boldsymbol{CD}$ be, wê demê;

$$\boldsymbol{m_{AB} = m_{CD}}$$

### Mînak:

Tekez bike ku her du rastekên $\boldsymbol{AB}$, $\boldsymbol{CD}$ rastênhev in, li gorî ku $\boldsymbol{AB}$ di her du xalên $\boldsymbol{A(1,3)}$, $\boldsymbol{B(0,1)}$ û $\boldsymbol{CD}$ di her du xalên $\boldsymbol{C(3,4)}$, $\boldsymbol{D(2,2)}$ re derbas dibin.




### Çareserî:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1-3}{0-1} = \frac{-2}{-1} = 2$$

$$m_{CD} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{2-4}{2-3} = \frac{-2}{-1} = 2$$

Weke tê dîtin; $m_{AB} = m_{CD}$ ye, li gorî vê; $AB \parallel CD$

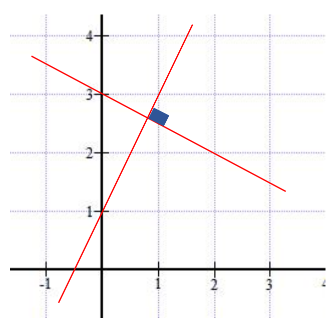
### Du rastekên tîk

Eger $AB$, $CD$ du rastek bin ku $AB \perp CD$ wê demê; $m_1 . m_2 = -1$

> Eger $AB \perp CD$ be, wê demê;
>
> $$m_{AB} . m_{CD} = -1$$

### Mînak:

Tekez bike ku her du rastekên $\boldsymbol{AB}$, $\boldsymbol{CD}$ bi hev re tîk in. Li gorî ku $\boldsymbol{AB}$ di her du xalên $\boldsymbol{A(1,3)}$, $\boldsymbol{B(0,1)}$ û $\boldsymbol{CD}$ di her du xalên $\boldsymbol{C(2,2)}$, $\boldsymbol{D(0,3)}$ re derbas dibin.



### Çareserî:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1-3}{0-1} = \frac{-2}{-1} = 2$$

$$m_{CD} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{2-3}{2-0} = \frac{-1}{2}$$

$$m_{AB} . m_{CD} = (2)\left(\frac{-1}{2}\right) = -1$$

Weke tê dîtin; $m_{AB} . m_{CD} = -1$ e, li gorî vê $AB \parallel CD$

## Hînkirin

**1)** Meyla rastekên ku bi her du xalên li jêr hatine diyarkirin, eger hebe bibîne.

**a)** $A(1,5)$, $B(-8,0)$ **b)** $A(-4,3)$, $B(8,3)$

**c)** $A(4,7)$, $B(4,10)$ **d)** $A(7,4)$, $B(-1,4)$

**2)** Kîjan ji sê xalên li jêr, li ser heman rastekê ne?

**a)** $A(3,5)$, $B(-1,3)$, $C(7,7)$

**b)** $A(1,2)$, $B(-1,5)$, $C(4,1)$

**c)** $A(0,0)$, $B(3,2)$, $C(6,4)$

**Alîkarî:** (Eger $m_{AB} = m_{BC}$ be, wê demê; **A ,B ,C** li ser heman rastekê ne)

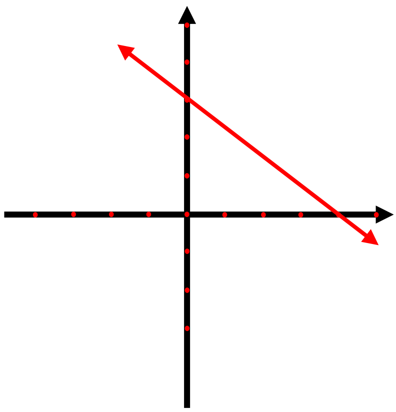
# HEVKÊŞEYA RASTEKÊ

Hevkêşeya her rastekê, di kordînatê de heye. Bi giştî, hevkêşeya rastekê bi vî awayî tê nivîsîn;

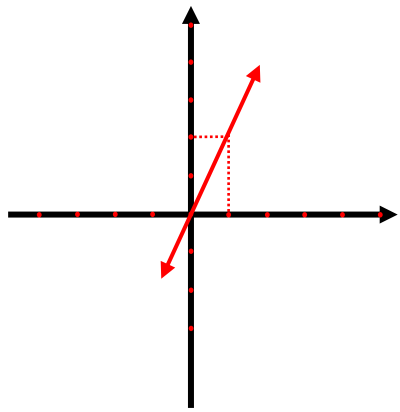
$$ax + by = c$$

$a, b, c$ hejmarine rast in û $a, b$ bi hev re ne sifir in.

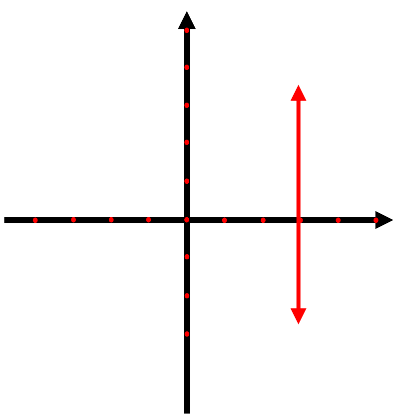
**Mînak:**



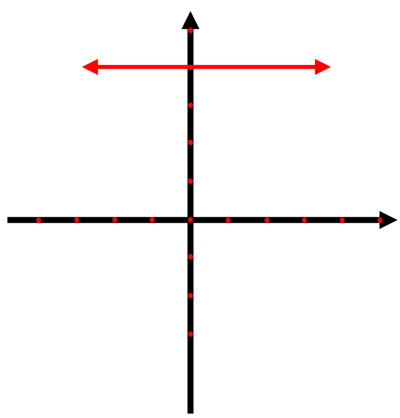
$3x + 4y = 12$



$y = 2x$



$x = 3$



$y = 4$

**Hin rewşên taybet:**

**1)** Hevkêşeya rasteka ku meyla wê $\boldsymbol{m}$ ye û tewareya $\boldsymbol{Y}$ di xala $\boldsymbol{p}$ re dibire, bi vî awayî ye;

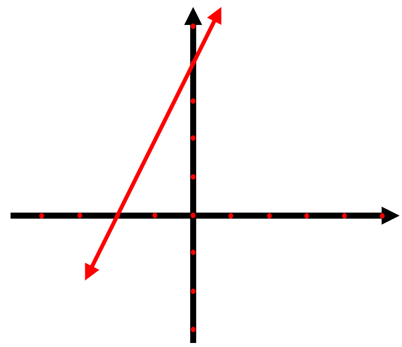
$$\boldsymbol{y = mx + p}$$

**Mînak:**

Hevkêşeya rasteka ku meyla wê **2** û tewareya $\boldsymbol{Y}$ di xala **4** de dibire, bibîne.

**Careserî:**

$$\boldsymbol{y = mx + p \implies y = 2x + 4}$$



**2)** Hevkêşeya rasteka ku meyla wê $\boldsymbol{m}$ û di xala $(\boldsymbol{x_1, y_1})$ re derbas dibe, bi vî awayî ye;

$$\boldsymbol{y - y_1 = m(x - x_1)}$$

**Mînak:**

Hevkêşeya rasteka ku meyla wê **3** û di xala $(\boldsymbol{1, 4})$ re derbas dibe, bibîne.

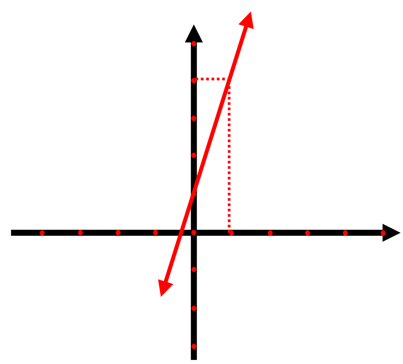
**Careserî:**

$$\boldsymbol{y - y_1 = m(x - x_1)}$$

$$\boldsymbol{y - 4 = 3(x - 1)}$$

$$\boldsymbol{y = 3x - 3 + 4}$$

$$\boldsymbol{y = 3x + 1}$$



**3)** Hevkêşeya rasteka ku di du xalan re $(\boldsymbol{x_1, y_1})$, $(\boldsymbol{x_2, y_2})$ derbas dibe, bi vî awayî ye;

$$\boldsymbol{\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

**Mînak:**

Hevkêşeya rasteka ku di her du xalên $(\mathbf{5},\mathbf{4})$, $(\mathbf{-1},\mathbf{-2})$ re derbas dibe, bibîne.

**Çareserî:**

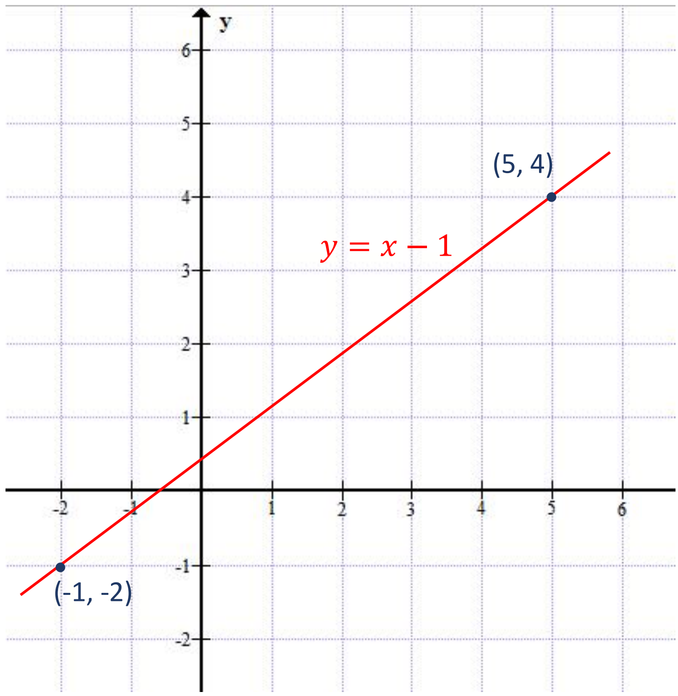
$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{y-4}{x-5}=\frac{-2-4}{-1-5}$$

$$\frac{y-4}{x-5}=\frac{-6}{-6}=1$$

$$y-4=x-5$$

$$y=x-1$$




**Hînkirin**

**1)** Eger $x+2y+3=0$ hevkêşeya rasteka **AB** be, hevkêşeya rasteka ku bi awayê tîk li ser **AB** ye û di xala $(\mathbf{1},\mathbf{2})$ re derbas dibe, bibîne.

**2)** Hevkêşeya rasteka di nîvê **AB** $A(2,3)$, $B(4,1)$ re derbas dibe, her wiha di xala $(\mathbf{9},\mathbf{5})$ re derbas dibe, bibîne.

# DÛRAHIYA DI NAVBERA XAL Û RASTEKÊ DE

Eger $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1})$ xalek be, lê ne ji rasteka $\boldsymbol{\Delta}$: $\boldsymbol{ax} + \boldsymbol{by} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$ be, wê demê; dûrahiya di navbera xala $\boldsymbol{M}$ û rasteka $\boldsymbol{\Delta}$ de bi vî awayî tê dîtin;

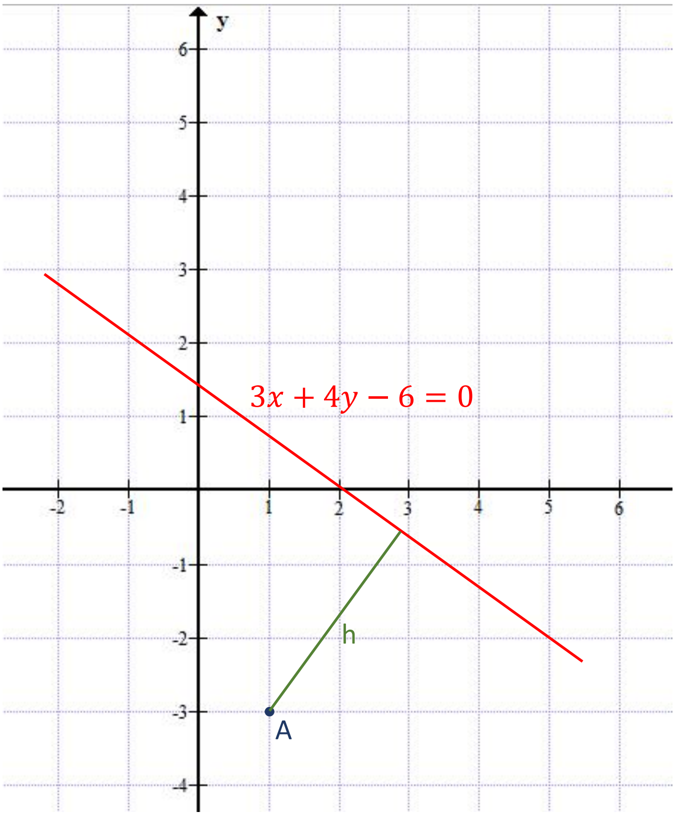
$$\boldsymbol{h} = \frac{|\boldsymbol{ax_1} + \boldsymbol{by_1} + \boldsymbol{c}|}{\sqrt{\boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{b}^2}}$$

**Mînak:**

Dûrahiya xala $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{1}, -\boldsymbol{3})$ ya ji rasteka $\boldsymbol{\Delta}$: $\boldsymbol{3x} + \boldsymbol{4y} - \boldsymbol{6} = \boldsymbol{0}$ bibîne.

**Çareserî:**

$$\boldsymbol{h} = \frac{|\boldsymbol{3}(\boldsymbol{1}) + \boldsymbol{4}.(-\boldsymbol{3}) - \boldsymbol{6}|}{\sqrt{\boldsymbol{3}^2 + \boldsymbol{4}^2}} = \frac{\boldsymbol{15}}{\boldsymbol{5}} = \boldsymbol{3}$$




## Hînkirin

**1)** Dûrahiya xala $A(2, 5)$ ya ji rasteka $\Delta$: $3x + 4y + 5 = 0$ bibîne.

**2)** Dûrahiya xala $A(-1, 2)$ ya ji rasteka ku di xala $(3, 4)$ de derbas dibe û meyla wê $m = \frac{-3}{4}$ ye, bibîne.

**3)** Dûrahiya xala $(0, 3)$ ya ji rasteka ku di her du xalên $(4, 5), (-1, 0)$ re derbas dibe, bibîne.

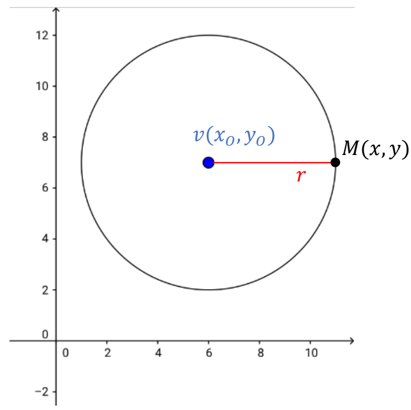
# BAZIN DI KORDÎNATÊ DE

## Bazin:

Komika xalên di teqaleyê de yên ku dûrahiya wan a ji xaleke diyarkirî heman e. Ji xala diyarkirî re **navenda bazin** û dûrahiyê re **nîveşkêla bazin** tê gotin û sembola wê $\boldsymbol{r}$ ye.

## Hevkêşeya bazin:

Eger xala $\boldsymbol{v(x_O, y_O)}$ navenda bazin, $\boldsymbol{r}$ nîveşkêla wê û $M(x,y)$ xalek ji bazin be, li gorî vê;




$$\boldsymbol{OM = r = \sqrt{(x - x_O)^2 + (y - y_O)^2}}$$

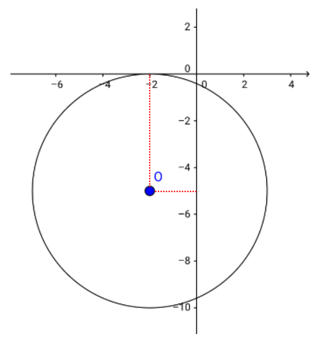
(li gorî dûrahiya di navbera du xalan de)

$$\boldsymbol{OM^2 = r^2 = (x - x_O)^2 + (y - y_O)^2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{(x - x_O)^2 + (y - y_O)^2 = r^2}}$$

## Mînak 1:

Hevkêşeya bazinê ku navenda wî $\boldsymbol{v(-2,-5)}$ û nîveşkêla wî $\boldsymbol{r = 5}$ bibîne.



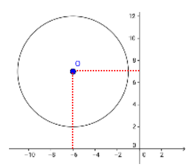
## Çareserî:

$$\boldsymbol{(x - x_O)^2 + (y - y_O)^2 = r^2}$$

$$\boldsymbol{(x + 2)^2 + (y + 5)^2 = 25}$$

## Mînak 2:

Navend û nîveşkêla bazin di hevkêşeya li jêr de $(x+6)^2 + (y-7)^2 = 25$ bibîne.



## Çareserî:

Bi hevrûkirina hevkêşeya bazin a bi vî awayî,

$\boldsymbol{(x - x_O)^2 + (y - y_O)^2 = r^2}$ em dibînin;

$\boldsymbol{r^2 = 25 \implies r = 5}$ û $\boldsymbol{x_O = -6,\ y_O = 7}$

Navenda bazin $\boldsymbol{v(-6,7)}$ û nîveşkêla wî $\boldsymbol{r = 5}$

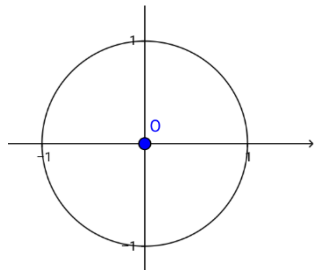
### Rewşeke taybet

Eger navenda bazin, li ser xala destpêkê ya kordînatê be, bi vî awayî dibe;

$$(x - x_O)^2 + (y - y_O)^2 = r^2$$

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = r^2$$

$$\boxed{x^2 + y^2 = r^2}$$




### Awayê giştî ya hevkêşeya bazin:

$(x - x_O)^2 + (y - y_O)^2 = r^2$ (Em kevanan vekin)

$$x^2 - 2x_O x + x_O{}^2 + y^2 - 2y_O y + y_O{}^2 - r^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x_O x - 2y_O y + x_O{}^2 + y_O{}^2 - r^2 = 0$$

Em li şûna $2x_O, 2y_O, x_O{}^2 + y_O{}^2 - r^2$ û bi rêzê ve $a, b, c$ binivîsin;

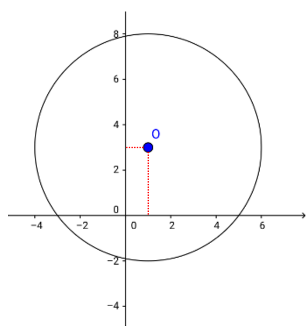
Wê demê; $a = 2x_O$, $b = 2y_O$, $c = x_O{}^2 + y_O{}^2 - r^2$

Li gorî vê;

$$\boxed{x^2 + y^2 + ax + by + c = r^2}$$

### Mînak:

Navenda bazinê $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$ e, nîveşkêla wî bibîne.




### Çareserî:

Hevkêşeya bazin, bi vî awayî ye:

$(x - x_O)^2 + (y - y_O)^2 = r^2$ em dibînin ku:

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 - 6y - 15 = 0$$

Bidestxistina dama tam

$$(x - 1)^2 - 1 + (y - 3)^2 - 9 - 15 = 0$$

$(x-1)^2+(y-3)^2=25$ li gorî ku $(x-x_o)^2+(y-y_o)^2=r^2$

navenda bazin $v(1,3)$ û nîveşkêla wî $r=5$

**Têbînî:**

Her hevkêşeya bi vî awayî $x^2+y^2+ax+by+c=r^2$, em dikarin piştî bidestxistina du damên tam, bi vî awayî binivîsin:

$$(x+\frac{a}{2})^2+(y+\frac{b}{2})^2=\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c$$

1) Eger $\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c=0$ be; ev hevkêşe ya **xalekê** ye, û pêkhateyên wê, ev in; $v(\frac{a}{2},\frac{b}{2})$.
2) Eger $\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c>0$ be; ev hevkêşe ya **bazin** e, û navenda wî, ev e; $O(\frac{a}{2},\frac{b}{2})$ û $r^2=\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c$
3) Eger $\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c<0$ be, ev hevkêşe ya **komika vala** ye.

**Mînak:**

Hevkêşeya $x^2+y^2+4x-4y+8=0$ ya çi ye? Bibîne.

**Çareserî:**

Em dikarin, bi du awayan çareser bikin.

1) Bi riya bidestxistina dama tam;
$x^2+y^2+4x-4y+8=0$
$(x+2)^2-4+(y-2)^2-4+8=0$
$(x+2)^2+(y-2)^2=0$
Li gorî vê; tê dîtin ku ev hevkêşe ya xalekê ye û pêkhateyên wê $v(-2,2)$ ne.
2) Em encama $\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c$ bibînin;
$\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c=\frac{16}{4}+\frac{16}{4}-8=0$
Li gorî vê; tê dîtin ku ev hevkêşe ya xalekê ye û pêkhateyên wê $v(\frac{a}{2},\frac{b}{2})$ ango $v(-2,2)$ ne.

## Hînkirin

**1)** Navend û nîveşkêla bazin (eger hebin); li gorî her hevkêşeya li jêr bibîne. Eger nebe; cureyê wê diyar bike.

**a)** $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 5 = 0$

**b)** $x^2 + y^2 + x + 3y + 10 = 0$

**c)** $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$

# PIRSÊN BEŞA SÊYEM

**1)** Eger **C** nîvê **AB** be, li gorî ku $A(-3,1), B(7,-5)$ hevkêşeya rasteka ku bi awayê tîk li ser **AB** û di xala $C$ re derbas dibe, bibîne.

**2) Eger $3x - 6y - 18 = 0$ hevkêşeya rasteka AB be;**
**a)** Vê hevkêşeyê, bi awayê $y = mx + p$ binivîse.
**b)** Hevkêşeya rasteka **CD** ya rastênhevî **AB** û di xala destpêkê ya kordînatê re derbas dibe, bibîne.
**c)** Hevkêşeya rasteka ku bi awayê tîk li ser **AB** û di xala $(1,2)$ re derbas dibe, bibîne.

**3) Hevkêşeya rasteka ku di xala hatiye dayîn re derbas dibe, li gorî rewşên li jêr bibîne.**
**I)** Eger rastek, li ser rasteka hatiye dayîn, tîk be.
**II)** Eger rastek, li ser rasteka hatiye dayîn, rastênhev be.
**a)** $A(2,1)$ $4x - 2y - 3 = 0$
**b)** $A(-3,2)$ $x + y - 7 = 0$
**c)** $A(2,5)$ $x = 4$
**d)** $A(-1,0)$ $y = -3$

**4) Kîjan ji hevkêşeyên li jêr, hevkêşeya bazin û kîjan ne ya bazin e, çima?**

**a)** $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$
**b)** $x^2 + (y-4)^2 = 20$
**c)** $3x^2 + 2y^2 + 5x + 8y + 9 = 0$
**d)** $x^2 + (y-3)^2 = 9$
**e)** $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 5 = 0$

**5) Eger $A(3,-1)$, $B(-1,3)$, $C(2,-3)$ be, yên li jêr bibîne.**
**a)** Dûrahiya di navbera **A** û **BC** de
**b)** Dirêjahiya **BC**
**c)** Rûberê sêgoşeya **ABC**

**6) Agahiyên li jêr, çareser bike.**

**a)** Mînakekê li ser hevkêşeyên du rastekên bi hev re tîk.

**b)** Mînakekê li ser hevkêşeyên du rastekên rastênhevî hev.

**c)** Hevkêşeyên tewareyên $\boldsymbol{X}$ û $\boldsymbol{Y}$ bibîne.

**d)** Hevkêşeya du rastekên bi hev re ne rastênhev û ne jî tîk bibîne.

**7) Hevkêşeya rasteka ku di xala $(\mathbf{2}, -\mathbf{1})$ re derbas dibe, di her du rewşên li jêr de bibîne.**

**a)** Ev rastek, rastênhevî rasteka $\mathbf{2}\boldsymbol{x} - \mathbf{3}\boldsymbol{y} = \mathbf{5}$ e.

**b)** Ev rastek, bi rasteka $\mathbf{2}\boldsymbol{x} - \mathbf{3}\boldsymbol{y} = \mathbf{5}$ re hevtîk e.

**8) Eger $\boldsymbol{ABC}$ sêgoşeyek be ku** $\boldsymbol{A}(-\mathbf{3}, \mathbf{3})$, $\boldsymbol{B}(\mathbf{3}, \mathbf{5})$, $\boldsymbol{C}(\mathbf{1}, \mathbf{7})$.

**a)** Pêkhateyên nîvê her sê kenarên sêgoşeyê bibîne.

**b)** Pêkhateyên xala hevbirîna her sê nîvekên kenaran bibîne.

# FERHENGOK

| Têgeh | Wate |
|---|---|
| **Bazinê sêgoşeyî** | Di kordînatê de bazinekî ku navenda wî **O** û nîveşkêla wî jî $r$ ye. |
| **Navber** | Komika hejmaran a ku hevkêşe, yan jî newekheviyê pêk tîne. |
| **Çareseriya hevkêşeyê** | Her hejmara $t$ a ku vê hevkêşeyê $f(t) = 0$ pêk tine. |
| **Dahûrandin** | Dahûrandina raveya bi awayê $ab + ac$, vediguhere awayê $\mathbf{a(b + c)}$ |
| **Fonksiyona kêmker** | Em ji fonksiyona $f: x \longmapsto f(x)$ re dibêjin kêmker e. Eger bi zêdebûna nirxê $x$ , nirxê $f(x)$ jî kêm bibe. |
| **Fonksiyona zêdeker** | Em ji fonksiyona $f: x \longmapsto f(x)$ re dibêjin zêdeker e. Eger bi zêdebûna nirxê $x$ , nirxê $f(x)$ jî zêde bibe. |
| **Guharîna fonksiyonê** | Hin fonksiyon hene ku di navberekê de carinan zêdeker û carinan kêmker in. Ji nîşankirina vê guhartinê ya di tabloyekê de em jê re dibêjin **guherîna fonksiyonê**. |
| **Hevkêşeya ji pileya duyem** | Hevkêşeya ku nenasê wê ji pileya duyem e, ango her hevkêşe bi vî awayî tê nivîsîn; $ax^2 + bx + c = 0$ ku nenasê wê $x$ e. |
| **Hevjimar** | Hevjimara hejmareke weke $(a + b)$ ev e: $(a - b)$, di çareseriya hevkêşeyan de tê bikaranîn ji bo bidestxistina wekheviyên damê |
| **Hîperbol** | Girafîkeke fonksiyonê ya ku li gorî xalekê; bi awayê du kevanên vekirî û hemaliyên hev in. |
| **Kok** | Koka sêpêkhateya ji pileya duyem, çareseriya wê ye. |
| **Kordînata bêpîvan** | Ji du tewareyên ku ji xalekê dest pê dikin, pêk tê; her du teware, bi hev re ne rastênhev û ne jî tîk in. |
| **Kordînata levhatî** | Ji du tewareyên ku ji xalekê dest pê dikin, bi hev re tîk in û pîvana her du tewareyan jî heman e. |
| **Kordînata tîk** | Ji du tewareyên ku ji xalekê dest pê dikin û bi hev re tîk in, pêk tê. |

| | |
|---|---|
| **Newekhevî** | Dema ku du rave yan jî bêtir, ne weke hev bin. Newekhevî, bi van sembolan pêk tê; $>$, $\geq$, $<$, $\leq$ |
| **Nirxê teqez** | Dûrahiya di navbera hejmar û **0** de ya li ser rasteka hejmaran. |
| **Parabol** | Girafîkeke fonksiyonê ya ku bi awayê tîpa **U** ye. |
| **Pêkhateyên xalekê yên li ser kordînatê** | Nîşanên wê yên xalê li ser her du tewareyan, bi du hejmaran tê nîşankirin. Mînak: Xala $\mathbf{B(2,5)}$ |
| **Qatjimar** | Di rave û hevkêşeyan de hejmara ku qata nenasê diyar dike, ango hejmara ku li pêşiya nenasê ye. |
| **Radyan** | Mena pîvana qiraçê ye ku yeksanî qiraça navendî ya ku parçeya kevana di dirêjahiya nîveşkêla giroverekê ye. 1 **radyan** = 180 $\boldsymbol{\pi}$ ye. |
| **Rahijtek** | Rasteka ku tîr li ser e. |
| **Sêpêkhateya ji pileya duyem** | Fonksiyona ku ji sê pêkhateyan pêk tê, yan jî her fonksiyoneke ku bi vî awayî tê nivîsîn; $\boldsymbol{f}: \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R},\ \boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$ (a, b, c $\in \mathbb{R}$ û $a \neq 0$) |
| **Tîr** | Parçeya rastekekê ye ku destpêk û aliyê wê diyarkirî ne. |
| **Vekirin** | Vekirina raveya bîrkarî ya bi awayê $\mathbf{a(b+c)}$, veguhartina wê ya bi awayê komkirinê û dibe $\boldsymbol{ab + ac}$ |
| **Zivirîna nerasterast** | Zivirîna li gorî tevgera tîrên demjimêrê. |
| **Zivirîna rasterast** | Zivirîna li dijî tevgera tîrên demjimêrê. |

# PLANSAZIYA BELAVKIRINA WANEYAN

| MEH | BIRANŞ / HEFTE | HEFTEYA YEKEM | HEFTEYA DUYEM | HEFTEYA SÊYEM | HEFTEYA ÇAREM |
|---|---|---|---|---|---|
| ÎLON | CEBIR | | | Komikên hejmaran | Raveyên bîrkarî |
| | GEOMETRÎ | | | Guhartinên geometriyê | Guhartinên geometriyê |
| COTMEH | CEBIR | Hevkêşe | Di komika hejmarên rast de rêzkirin | Di hejmarên rast de navber | Newekhevî û hêmaya $ax+b$ |
| | GEOMETRÎ | Newekhevî û hêmaya $ax+b$ | Têkiliya guhartinên geometriyê ya bi awayan re | Têkiliya guhartinên geometriyê ya bi awayan re | Taybetiyên guhartinên geometriyê |
| MIJDAR | CEBIR | Newekhevî û hêmaya $ax+b$ | PIRSÊN BEŞA YEKEM | Fonksiyona hejmarî | Fonksiyona hejmarî |
| | GEOMETRÎ | Taybetiyên guhartinên geometriyê | PIRSÊN BEŞA YEKEM | Tîr | Komkirin û derxistina tîran |
| KANÛN | CEBIR | Girafîka fonksiyonê | Girafîka fonksiyonê | Fonksiyona zêdeker û kêmker | Fonksiyona zêdeker û kêmker |
| | GEOMETRÎ | Komkirin û derxistina tîran | Hevdana tîrekê a bi hejmareke rast re | Hevdana tîrekê ya bi hejmareke rast re | Girêdana di navbera du tîran de |
| ÇILE | CEBIR | PIRSÊN BEŞA DUYEM | EZMÛNA DEMA YEKEM | BÊHNVEDAN | BÊHNVEDAN |
| | GEOMETRÎ | Girêdana di navbera du tîran de | | | |
| SIBAT | CEBIR | Çareseriya hevkêşeya ji pileya duyem | Çareseriya hevkêşeya ji pileya duyem | Dahûrandina sêpêkhateya ji pileya duyem | Dahûrandina sêpêkhateya ji pileya duyem |
| | GEOMETRÎ | Tîr di kordînatê de | Tîr di kordînatê de | PIRSÊN BEŞA DUYEM | Parçekirina dirêjahiya di navbera du xalan de |
| ADAR | CEBIR | Têkiliya di navbera Q û K ya SPD de | PIRSÊN BEŞA SÊYEM | Fonksiyonên ji pileya duyem | Fonksiyonên ji pileya duyem |
| | GEOMETRÎ | Parçekirina dirêjahiya di navbera du xalan de | Meyla rastekê | Meyla rastekê | Hevkêşeya rastekê |
| NÎSAN | CEBIR | Fonksiyona vajî | Fonksiyona vajî | Bazinê sêgoşeyî | Bazinê sêgoşeyî |
| | GEOMETRÎ | Dûrahiya di navbera xal û rastekê de | Dûrahiya di navbera xal û rastekê de | Bazin di kordînatê de | Bazin di kordînatê de |
| GULAN | CEBIR | PIRSÊN BEŞA ÇAREM | EZMÛNA DAWIYA SALÊ | | |
| | GEOMETRÎ | PIRSÊN BEŞA SÊYEM | | | |